

Informatika a hudba

J. Pokorný

KSI MFF UK

Praha

Osnova

- Úvod
- Éra magie čísel
- Matematika a hudba
- Využití informatiky, AI
- Pochybnosti, možnosti využití

Éra magie čísel

Hudba je tajné aritmetické cvičení, a ten, kdo se jí oddává, si neuvědomuje, že manipuluje s čísly.

G.W. Leibniz (1646-1716)

- V hudbě hledali čísla, číselné zákonitosti.
- Nejznámější:
 - zlatý řez,
 - Fibonacciho čísla

Zlatý řez

- rozdělení objektu na dvě části způsobem, který má jistý estetický význam,
- znal ho již Pythagoras, název pochází od Keplera,
- Význam: magické číslo – v aplikaci estetické, dokonalé, božské, harmonické, ...

Zlatý řez

- Příklady uplatnění:
 - objekty přírody,
 - umístění hlavní myšlenky v obraze, vrcholu skladby, průčelí stavby, ...
- Konkrétněji:
 - v architektuře – Akropolis (Panthéon), Notre Dam,
 - ve výtvarném umění - Leonardova Poslední večeře

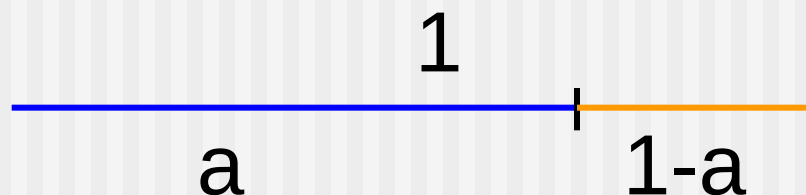
Zlatý řez

zlatý řez je bod na úsečce, pro který platí:

$$\frac{1}{a} = \frac{a}{1-a}$$

což znamená, že $a^2 = 1 - a$, tj. $a^2 + a - 1 = 0$

$$\Rightarrow a = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} = 0,61803\dots$$

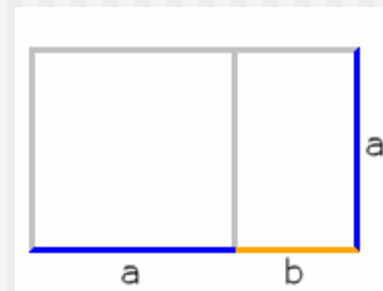


Zlatý řez

Někdy: převrácená hodnota 1,61803...

Značení: φ

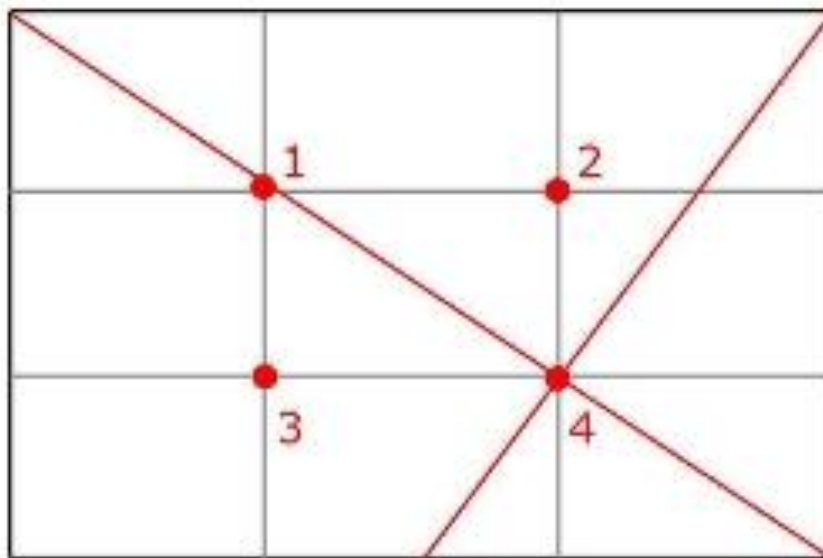
■ Jiná forma – zlatý obdélník



Nalezení zlatého řezu pomocí třetin

Jde o přibližnou konstrukci 4 zlatých řezů

- Aplikace: čtení fotografie $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$
- Objekt zájmu – nejlépe do bodu 4



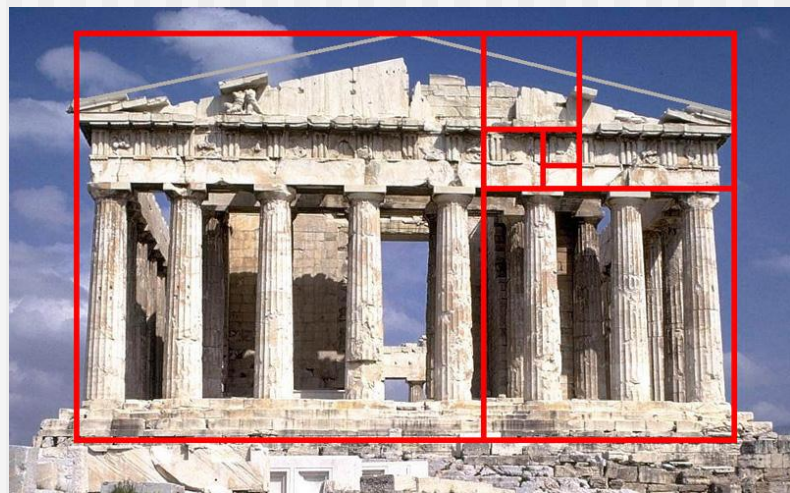
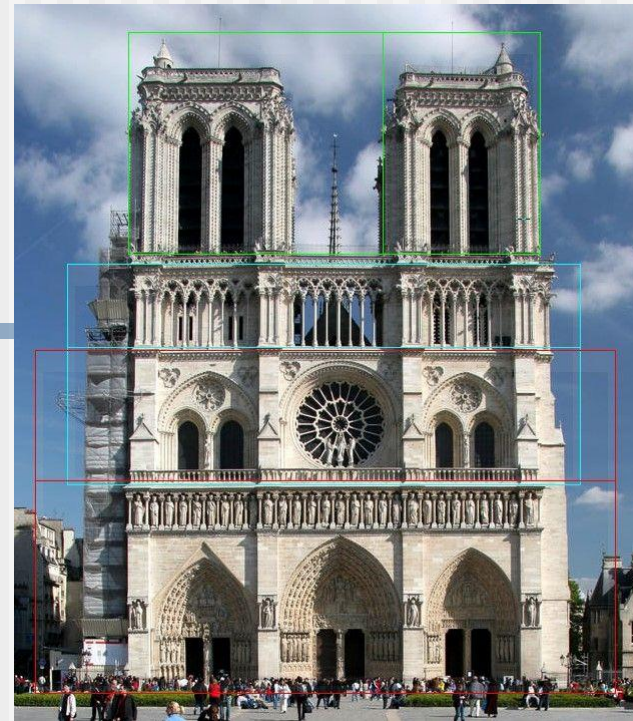
Zlatý řez

■ Příroda:



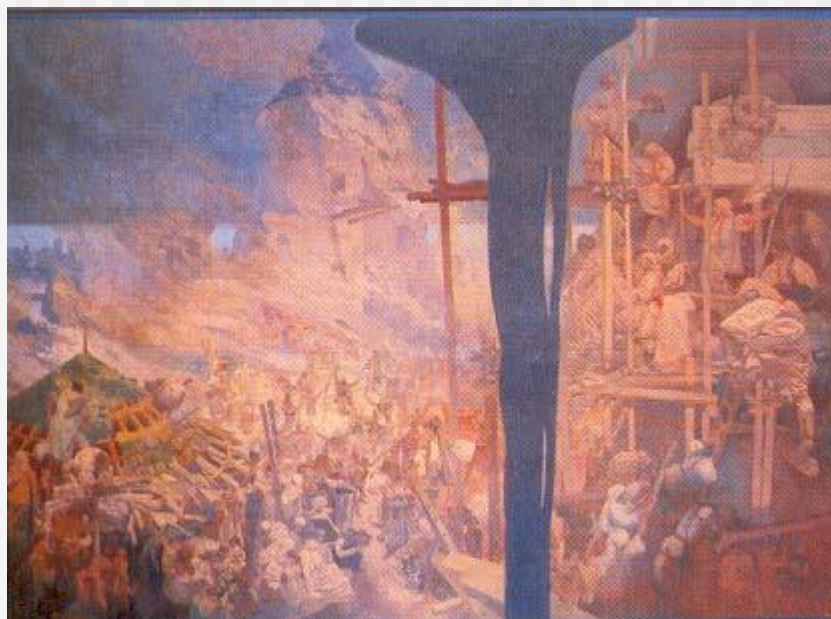
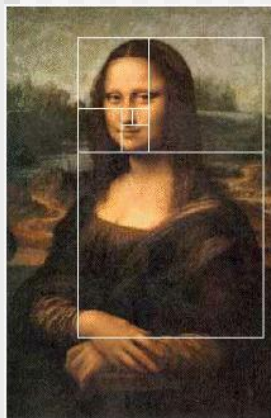
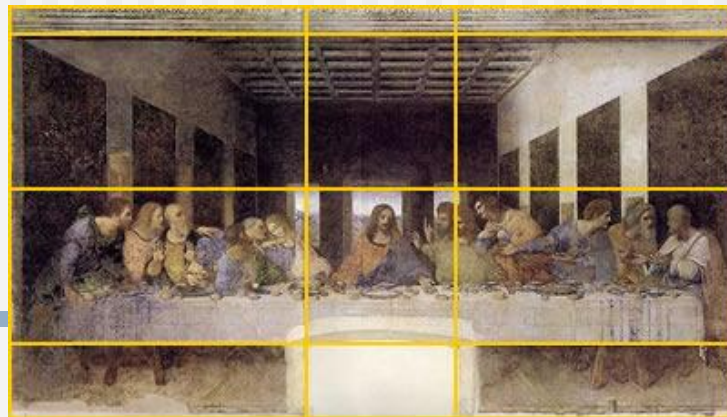
Zlatý řez

■ Architektura



Zlatý řez

■ Výtvarné umění



- U nás: často v obrazech B. Kubišty
- A. Mucha: Hájení Sigetu Mikulášem Zrinským

$$\frac{d1 + d2}{d2} = \frac{d2}{d1} = \frac{e2}{e1} = \frac{e2}{f2} = \frac{f2}{f1}$$

Zlatý řez



■ Hudební nástroje

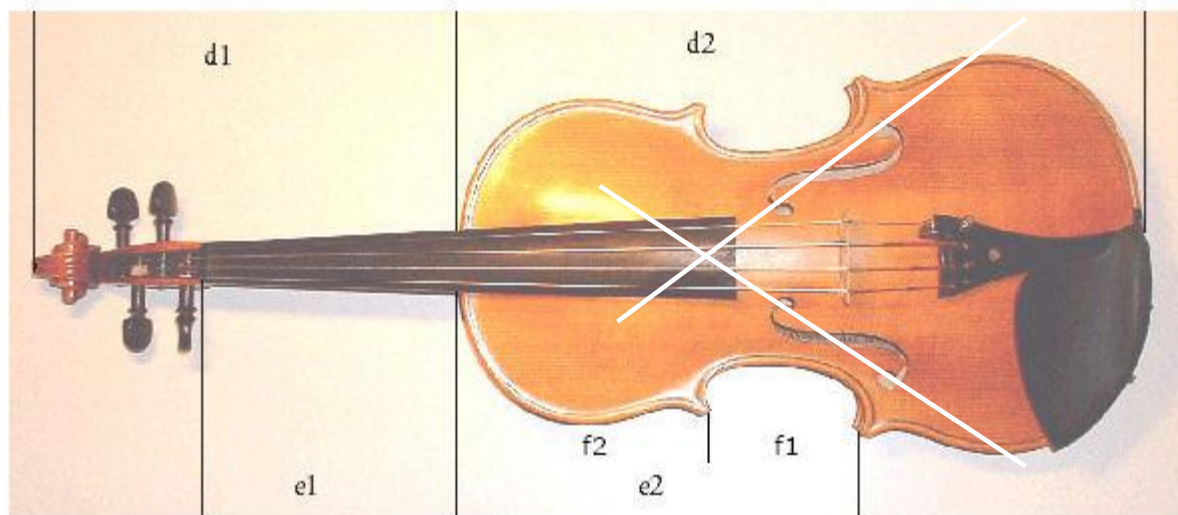
■ Poměry:

- mezi krkem a tělem
- ...

■ efka na Stradivariho houslích jsou umístěna ve zlatém řezu (ZŘ)!

Zlatý řez

$$\frac{d1+d2}{d2} = \frac{d2}{d1} = \frac{e2}{e1} = \frac{e2}{f2} = \frac{f2}{f1}$$



■ Hudební nástroje

■ Poměry:

- mezi krkem a tělem
- ...

■ efka na Stradivariho houslích jsou umístěna ve zlatém řezu (ZŘ)!

Zlatý řez

■ Hudba

Nejznámější: ZŘ v čase hudební skladby. Místo obsahuje význačný motiv, vrchol skladby apod.

Příklady:

- L. van Beethoven: 5. symfonie. Motiv tatata – tá, tatata- tá je nejen na začátku a konci (první a poslední takt v 601 taktech, ale i v místě ZŘ (takt 372).



Zlatý řez



- W.A. Mozart:
 - sonáta – třívětá forma: expozice, provedení, repríza.
 - rozdělení ZŘ: expozice + provedení s reprízou;
poměr: 38 taktů : 62 taktům
 - zjištění: většina Mozartových skladeb je tak dělena (J. Jeans – věda a hudba)
 - Jiné názory: vše lze vysvětlit omezeními sonátové formy (J. Putz , 1996)
- Dvořákova árie Rusalky (Měsíčku na nebi hlubokém) má 40 taktů (bez předehry). V místě ZŘ (střed 25. taktu) je vrchol skladby „měsíčku postůj“



Zlatý řez

- Béla Bartók: Sonáta pro dva klavíry – princip ZŘ v úvodu
- Tomas Tallis (1505 – 1585) – 40ti hlasé motetto – ve ZŘ – takt absolutního ticha
- Lidové písně: Pridi, Jano k nám (nepřesně)
- Spirituály: Deep River – ve 21. taktu
- Otázka: vědomě nebo nevědomě? Debussy a Bartok vědomě. Chopin ne.

Fibonacciho čísla

Fibonacci – mat. z 12. stol. Narozen v Pize (Leonardo Pisano).

- $F_1 = F_2 = 1, F_n = F_{n-2} + F_{n-1}$

- Řada: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ...

- Vztah k ke zlatému řezu (vše souvisí se vším!):

$$1/1=1 - 1/2 = 0,5 - 2/3 = 0,666 - 3/5 = 0,6 - 5/8=0.625 \\ - 8/13 = 0,615 - 13/21 = 0,619 \dots$$

Tedy: dělíme-li dvě po sobě jdoucí Fibonacciho čísla, tj. F_{i-1}/F_{i-1} přibližujeme se stoupajícím i ke ZŘ.

Fibonacciho čísla

- Nehudební příklad:
 - počet okvětních lístků nebo řad šupin na šišce jsou vždy rovny Fibonaccimu číslu?
- Hudební příklady:
 - B. Bartók (délky intervalů v Hudbě pro smyčce, bicí a celestu),
 - C. Debussy (klavírní Obrazy – Odrazy ve vodě).

Využití náhodnosti

- Mozart – Musikalisches Würfelspiel (publ. 1787)
 - Princip pro menuet formy ABA:
 - tabulka melodií 176 taktů ($11 \cdot 16$) + vrhy 2 kostkami + náhodný výběr taktu do 16ti taktového menuet,

součty na 2 kostkách: 2-12
 - tabulka melodií 96 taktů ($6 \cdot 16$) + vrhy 1 kostkou + náhodný výběr taktu do 16ti taktového Tria,
 - menuety jsou v D dur,
 - $11^{16} \cdot 6^{16}$ možných kompozic
- I ty si slož svůj menuet

Magie matematiky

- dynamický pohled
 - algoritmická analýza hudby,
 - algoritmické skládání hudby
- statistická analýza skladeb jednoho autora.
 - převedení „rukopisu“ do statistik,
 - generování hudby „podobné“ originálům.
Schází však struktura!

Základem každého tvůrčího činu, ať jde o
pouhý vynález či umělecké nebo
vědecké dílo, je náhoda.

Algoritmické vytváření hudby

Metody:

- matematické (stochastické – Markovské řetězce)
- gramatické (vytvoří se gramatika pro melodii, rytmus, harmonii)
- evoluční (genetické algoritmy)
- založené na učení (neuronové sítě, ...)
- hybridní
- obecněji: AI

Markovské řetězce

A	B	A	A	B
---	---	---	---	---

$$p_B = 0,4$$

$$p_A = 0,6$$

A	B	B	B	B
---	---	---	---	---

$$p(A | B) = 0$$

$$p(B | A) = 1$$

Markovské řetězce – systémy s podmíněnou pravděpodobností, kde pravděpodobnost budoucí události závisí na jedné nebo více předchozích událostech.

⇒ Markovské řetězce n-tého řádu

$$p(x_t | x_{t-1}, \dots, x_{t-n})$$

Obvykle se předpokládá, že

$$p(x_t | x_{t-1}, \dots, x_{t-n}) = p(x_t | x_{t-1}) \quad (\textit{Markovská vlastnost})$$

Markovské řetězce: text

„běží liška k Táboru. kdo další běží k Táboru. vlk běží k Táboru.“

$n = 1$

běží liška k Táboru kdo další vlk . $p(x_t | x_{t-1})$

x_t

běží
liška
k
Táboru
kdo
další
vlk
.

	1/3	2/3					
		1					
			1				
							1
					1		
1							
1							
				1/2		1/2	

Markovské řetězce: text

■ Matice přechodů

- reprezentace: $(n+1)$ dimenzionální *matice přechodů* (lze reprezentovat dvojrozměrně)
- Necht' $n=1$. $p_{i,j}$ je podmíněná pravděpodobnost, že Markovský řetězec bude v čase t ve stavu j , za podmínky, že v okamžiku $t - 1$ byl ve stavu i .
- matice přechodů má všechny prvky nezáporné a součet prvků v libovolném řádku je roven jedné.
- Obecněji: $n > 1$

■ Syntéza textu

- Předpoklad: trénovací množina dokumentů

Markovské řetězce: text

Algoritmus:

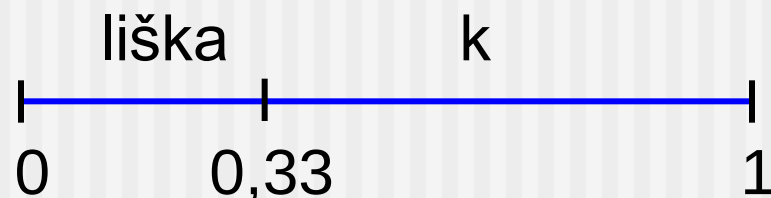
1. Vytvoř matici přechodů

- najdi všechny posloupnosti délky $n + 1$ jednotek informace (slov, písmen),
- Spočítej pravděpodobnosti $p(x_t | x_{t-1}, \dots, x_{t-n})$.

2. K daným jednotkám $x_1, x_2, \dots, x_{k-1}$ spočítej x_k

Př.: $x_{k-1} = \text{běží}$

např. generátorem náhodných čísel



$0 \leq x < 0,33$, pak $x_k = \text{liška}$
 $0,33 \leq x < 1$, pak $x_k = k$

Markovské řetězce: text

■ Př.:

■ Jane Austenová: *Pýcha a předsudek*

- 121,549 slov
- 8,828 jedinečných slov
- 7,800,000 možných párů slov
- 58,786 párů (0.75%) skutečně se vyskytujících
- Možnost: generovat na základě modelu Markovských řetězců 2. řádu další novely à la Austinová

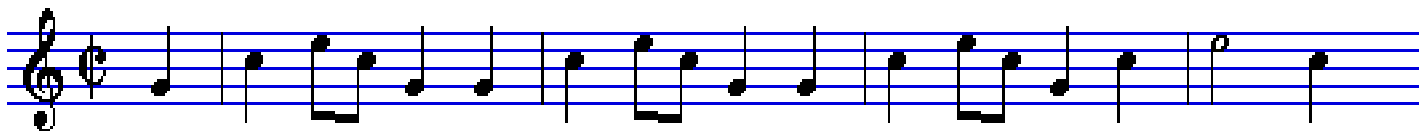
■ Program *Mark V. Shaney*

<http://www.yisongyue.com/shaney/>

Vstup: libovolný text,

Výstup: vygenerovaný text

Markovské řetězce: melodie



Př.: vojenský budíček

Jednotka informace: tón nebo posloupnost tónů pevné délky n , zde $n=1$

	g_1	c_2	e_2
g_1	0,333	0,667	
c_2	0,429		0,571
e_2		1	

Markovské řetězce: melodie

- takto lze provádět analýzu i pro
 - hudební formu
 - harmonii (stačí $n=1$)
 - rytmus
- Př.: rozbor cca 500 českých lidových písní (Fencel, 1966)
- Algoritmus:
 1. určení hudební formy,  určí člověk
 2. kompozice sledu harmonických funkcí,
 3. a) volba rytmu,  určí člověk
b) kompozice rytmické linky,
 4. kompozice melodie.

Příklady kompozic

OPUS 01100100110010111000

1

T D T T T T D T T T T T T D T

OPUS 00100010010011111111

2

D T D T D T D T D T D T D T

OPUS 10100101010001010010

3

T D T T T D D T D T T T T D D T

OPUS 01010011000010001010

4

T S D T T S D T T D T D T S D T

Markovské řetězce: melodie

- Markovská vlastnost?
Lépe řetězce vyšších řádů (generují spíše fráze)
- Problémy s generováním:
 - *pokračování melodie* / na vstupu + závěr (vyskytl se jako závěr v melodiích korpusu)
 - *variance* (první a poslední nota by měla být stejná jako v odpovídající v *I*)
 - *odpovědi* (poslední nota je první notou v *I*)
- Řešení: Markovské modely s omezeními

Markovské řetězce: melodie

- kompozice vs. improvizace
 - K improvizaci stačí Markovské řetězce nižších řádů.

Rozdíl mezi kompozicí a improvizací je v tom, že u kompozice máte všechnu dobu co chcete k rozhodnutí, co říci v 15 s, zatímco u improvizace máte jen těch 15 s. (jazzový saxofonista Steve Lacy).

Další stochastické přístupy

počátek éry počítačové hudby

- Historie:
- Lejaren Hiller a Leonard Isaacson – Illiac suite (1956)
 - generuje „surový“ materiál, modifikuje podle jistých funkcí, vybírá nejlepší výsledky podle jistých pravidel. Poslední věta používá Markovské modely pro výběr not.
- Iannis Xenakis (1971) – stochastické kompozice, např. Morsima-Amorsima pro 4 nástroje
 - přístup: program “odvozuje” partituru ze seznamu hustot not a pravděpodobnostních vah definovaných skladatelem

Další stochastické přístupy

- Cíle:

- Vývoj matematického jazyka pro popis a zacházení s hudbou

Př.: Kemal Ebicioğlu – logický programovací jazyk (obsahoval $\forall$, $\exists$, byl použit ke generování harmonie Bachových chorálů

- *Kompoziční program* jako aplikace schopná generování více kompozic než jednoho speciálního případu.

- Nyní: speciální programovací jazyky: Csound, Max

Kompozice pomocí gramatik

- Pozorování: hudba obsahuje opakování motivů, často ve více úrovních
 - Použití gramatik – populární, ale dost primitivní
- Zajímavější: L-systémy

Df.: *deterministická bezkontextová L-gramatika*

$$G = \langle \Sigma, P, \alpha \rangle,$$

kde Σ je abeceda, P je konečná množina pravidel, α (axiom) je z Σ^* , pravidlo je tvaru (a, χ) , kde $a \in \Sigma$ a $\chi \in \Sigma^*$

- Aplikace pravidel: paralelně ke všem symbolům slova na pravé straně

Kompozice pomocí gramatik

Příklad:

P1: $C \rightarrow E$

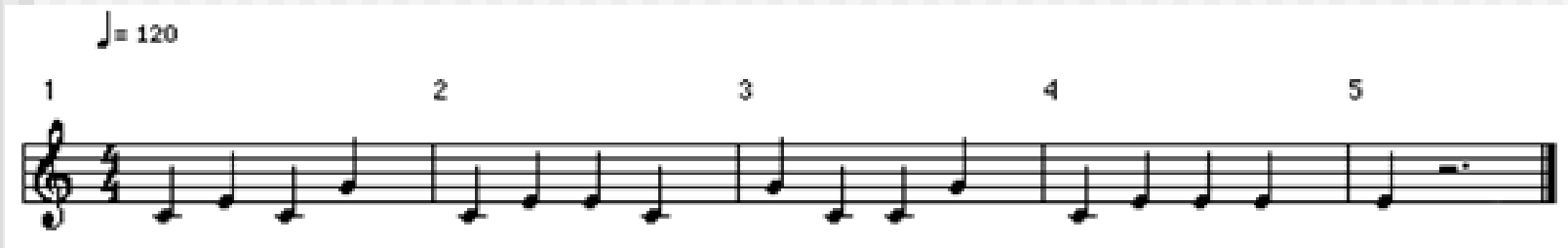
P2: $E \rightarrow C \ G \ C$

P3: $G \rightarrow \varepsilon$

α : C

Iterace	Řetězec
0	C (axiom)
1	E
2	CGC
3	EE
4	CGCCGC
5	EEEE

Zřetězení: CECGCEECGCCGCCEEEE



Vhodné pro hudební analýzu a replikaci stylu

Kompozice a AI

- přístupy k modelování hudby
 - znalostně-inženýrský
 - založený na empirické indukci
- vliv výzkumu přirozeného jazyka a zpracování řeči
 - obtíže s hudbou: na rozdíl od řeči střídání krátkých a dlouhých časových závislostí ve více linkách

Kompozice a AI

■ genetické algoritmy

■ Kemal Ebicioğlu (1984) – projekt CHORAL

- generuje čtyřhlasé chorály ve stylu J.S. Bach na základě 350 pravidel
- výsledky lze srovnat s průměrným studentem konzervatoře, viz např. koncert Westchester Choral Society 1989



■ výhody

- zajišťuje ‚dobře sestavenou‘ hudbu v rámci množiny pravidel

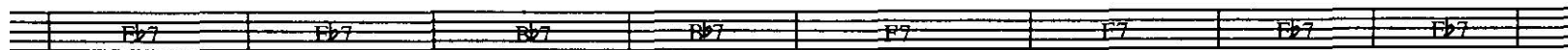
■ nevýhody:

- velmi obtížné stanovení pravidel pro tvorbu hudby
- málo prostoru pro vybočení ze stylu
- formalizace někdy redukuje model k trivializaci složitých hudebních problémů

Kompozice a AI

- strojové učení
 - nástroj Band-OUT-of-the-Box (BOB) pro hráče a umělého hudebního partáka (UHP). Na základě vložené melodie (např. jazz) generuje krátkou improvizaci (Belinda Thom, 2000)

Doprovod



Hráč



UHP



- BOB je esteticky neutrální. Improvizuje podle svého vzoru – hráče.

Kompozice a AI

■ strojové učení

■ harmonizace melodie

Př.: Systém učící se harmonii z MIDI nahrávek (Murray 2002, Vlasák 2009)

- Vstup: jednohlasá melodie (MIDI nebo text v ABC notaci)
- Výstup: MIDI + harmonie (akordy) nebo text v ABC notaci

Trénovací data: 399 Bachových chorálů v MIDI verzích (melodie je daná, tvoří se harmonie)

Hodnocení autora: „Celkově bych vyvinutý harmonizační systém přirovnal ke klavíristovi, který má harmonické cítění, ale tu a tam se přehmátne a zahraje jiný akord, než by měl.“

Kompozice a AI

■ neuronové sítě

■ Program CREMO:

- 2 Markovské řetězce – jeden pro noty, jeden pro délky not,
- skryté Markovské řetězce – k harmonizaci melodie ve stylu daného žánru,
- neuronová síť, která se učí a variuje danou melodii.

Zpracování hudby jako textu

- *Music Information Retrieval*
- založen na
 - zpracování notového materiálu
 - zpracování zvukových vzorků
- Inspirace: hledání vzorku v digitálně zpracované řeči, textu, DNA. Jde o analýzu jazyka.
- Zde: hudební jazyk

Hledání motivu v hudební kolekci

- Princip: často jsou uvažovány pouze výšky tónů (délka tónů je zanedbána)
- Jiný model: melodie není posloupnost tónů, ale intervalů
- Metody založené na:
 - na n-gramech
 - na podobnosti (přibližné vyhledávání)

Problém: formulovat kritérium podobnosti (např. editační vzdálenost), např. dur-molové rozdíly, různé polohy motivu

Hledání motivu v hudební kolekci

- Hledání autora textu v díle s několika potenciálními autory
 - Návod:
 1. nahraj díla autorů,
 2. sestav matice přechodů pro jednotlivé autory,
 3. vyber matici, která nejlépe generuje danou hudební jednotku
- Hledání plagiátů.
- Odhalování autorství anonymních skladeb na základě statistických veličin. (Jisté statistiky jsou jako razítko, které si každá hudba nese skrytě sebou.)

Hledání motivu v hudební kolekci

- Hledání reprezentativního kusu melodie (snippet, key melody) – založené na opakování motivu.

Př.:

- „Kočka leze dírou“ ve Smetanově Vltavě. Dobrý algoritmus ji odhalí, i když je v molové tónině. Navíc – motiv může být ve variacích.
- Zákazník zapíše motiv a systém najde odpovídající skladbu (viděl jsem v Japonsku).

Pochybnosti

- psychologické aspekty vs. cíle skladatele
- očekávání u posluchače, predikce
 - dílo je např. tím zajímavější, čím hůře se dá předpokládat následující tón skladby. Posluchač tak objevuje neznámé, což ho nutí k větší vnímavosti. Uvedené postupy to dovedou jen velmi omezeně.
- Jak např. použít vygenerovanou improvizaci?
Viz UHP.

Reálné využití

- Spíše: CAC (computer assisted composition)
 - ověřování: testování posluchači pomocí dotazníku (např. max. pět typů odpovědí na každou otázku),
 - různé kategorie posluchačů
- Nekomerční aplikace:
 - hledání v archivech
- Komerční aplikace:
 - nabízet zákazníkovi hudbu na CD „podobnou“ té, co si objednal

Závěr

- Počítačová současnost - hudebním skladatelem snadno a rychle
- Návod pro laiky
 - Existuje rozsáhle "Globální hudební spiknutí" (dále "GHS"), jehož členové vám tvrdí, že abyste pochopili zákonitosti hudby, musíte znát noty, předznamenaní a tóniny.
 - Na <http://www.fffilm.name/2012/02/hudebnim-skladatelem-snadno-rychle.html> je možné najít, že to není pravda.

Závěr

- Poslouchat se to ale dá



- Ukázka: skladba Excentrický Japonec pro sólové cello vytvořená programem Randomusic (autor Magnus Andersson, 2008)
 - Technika: pravidla + náhodnost

Zdroje

- Ludvová J., Matematické metody v hudební analýze. Editio Supraphon, 1975
- Zaripov, R.Ch.: Kibernetika i muzyka. Moskva 1971
- Růžička, R.: Využití samočinných počítačů při vzniku uměleckých děl se zvláštním zaměřením na hudbu a soudobou hudební kompozici - Ediční středisko JAMU, Brno 1980
- Berger, R., Riečan, B.: Matematika a hudba. Veda, Bratislava 1997
- Pickens, J., Crawford, T.: Harmonic models for polyphonic music retrieval. Proc. of CIKM '02, ACM, 20
- Mozartova Musikalisches Würfelspiel.
<http://sunsite.univie.ac.at/Mozart/dice/>

Zdroje

- Moray A.: Harmonising Chorales in the Style of Johann Sebastian Bach. University of Edinburgh, 2002

Časopis

- Computer Music Journal, MIT Press, čtvrtletník, již 36, ročník. <http://www.mitpressjournals.org/cmj>

Hudební ukázky

- <http://lemma.fi.muni.cz/PV121/Mozart-Wuerfelspiel.mp3>
- Koncert Westchester Choral Society 1989 (mp3)
<http://global-supercomputing.com/people/kemal.ebcioglu/bio.html>
- Milan Guštár – Abacus (algoritmická serialisticko-minimalistická kompozice pro sólové piano)
<http://www.uvnitr.cz/mg/abacus/abacus.html>