

# Kalmanův filtr

Jan Škoda

Matematicko-fyzikální fakulta Univerzity Karlovy v Praze

29. listopadu 2013



# Náplň přednášky

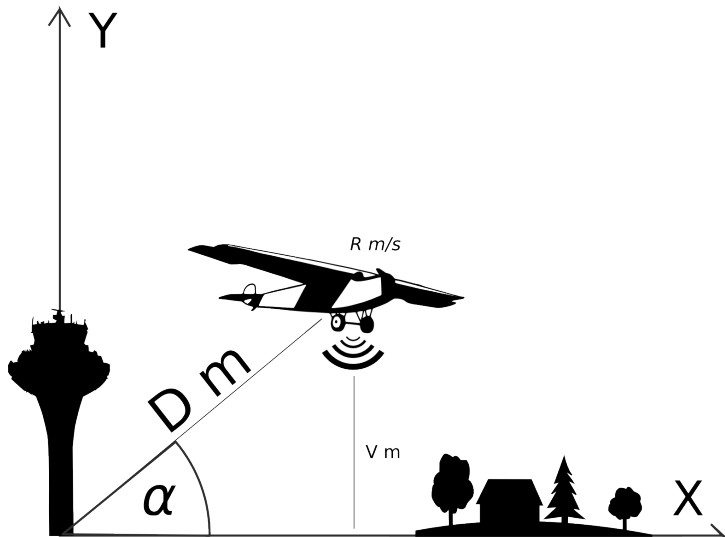
- Motivace – state estimation
- Naivní přístup
- Featury a princip KF
- Matematický model
- Problém podmínky linearity  $\rightarrow$  EKF.
- Implementace & ukázka
- Co se nedozvíte: pravděpodobnostní kořeny, statistika.

# Motivace

# State estimation problem

- Potřeba určit polohu a orientaci robota, sledovat pohyb aktuátorů
- Souhrnně *stav*, zápis jako vektor:  $\vec{S} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
- Jednoduchá predikce změny stavu
  - Kde budu za 5s?
- Sensory šumí
  - Je třeba je *filtr*ovat.
- Data ze senzorů jsou redundandní
  - Možno využít pro zpřesnění/kontrolu

## Příklad: autopilot



## Predikce stavu

- Model dynamiky pozorovaného systému
- Popis pomocí rekurzivních rovnic
- $S_{n+1} = f(S_n)$ . (v nejzjednodušenější podobě)
- Zároveň bude růst nepřesnost odhadu  $S_{n+1}$  na základě nepřesnosti  $S_n$ .
- Například pokud mám  $\sigma(v) = 0.1$ ,  $s = vt$ , a předpovídám  $t = 5s$ , bude  $\sigma(s) = 0.1 * 5$
- Musím KF naučit dynamiku sledovaného systému!

## Určení stavu

- Určení nepřesnosti stavu a měření.
- Konstrukce nového stavu na základě měření i starého stavu.
- Konstrukce = vážený průměr predikce ze starého stavu a naměřeného stavu podle jejich přesnosti.
- → řešení problému krátkodobého "zastínění" senzorů
- Měření mi neříkají přímo stav. Ten z nich chci vypočítat.
- Musím KF naučit vztah mezi měřením a stavem!
- $S_n = f(M_n)$  nebo také  $M_n = g(S_n)$ , kde  $g = f^{-1}$ .
- Pokud je  $f$  lineární funkce, mohu ji reprezentovat maticí.

# Naivní přístup

- Šum a nepřesnosti senzorů? Určení odchylky?
  - Plovoucí průměr, směrodatná odchylka.
- Redundandní data?
  - Zprůměrovat a "moc jiná" ignorovat.
- Predikce stavu?
  - Numericky extrapolovat.
- Určení stavu z měření?
  - Hardcodovat do aplikace.



## Problémy naivního přístupu

- Pramení z neznalosti dynamiky.
- Plovoucí průměr zhoršuje reakční dobu.
- (Ne)přesnost předpověď' extrapolací.
  - problém s křivkou trendu
- Důsledek: nepřesnost určení stavu

# Featury a princip

## Featury KF

- Filtrování šumu
- Ignorování nepřesných měření
- Stanovení přesnosti
- Využití redundance dat → vyšší přesnost
- Převod měření na stav
- Udržování stavu (např. odometrie)
- Predikce stavu díky znalosti chování systému
- Vyšší přesnost díky porovnávání s predikcí
- ...?

# Princip lineárního KF

- Rekurzivní rovnice vyjadřující vývoj stavu v závislosti na minulém stavu a "vstupu".
- Rekurzivní rovnice vyjadřující vztah stavu a měření.
- Rychlé násobení matic
  - stav + predikce  $\rightarrow$  nový stav
  - měření  $\rightarrow$  stav
  - stav + vstup  $\rightarrow$  predikce
- Měření dokonce nemusí říkat vše o stavu. Něco si filtr může domýšlet.
  - Například pozice v prostoru udržovaná podle měření pohybu.
  - Pozor!
  - Akumulovaná chyba – *drift*.

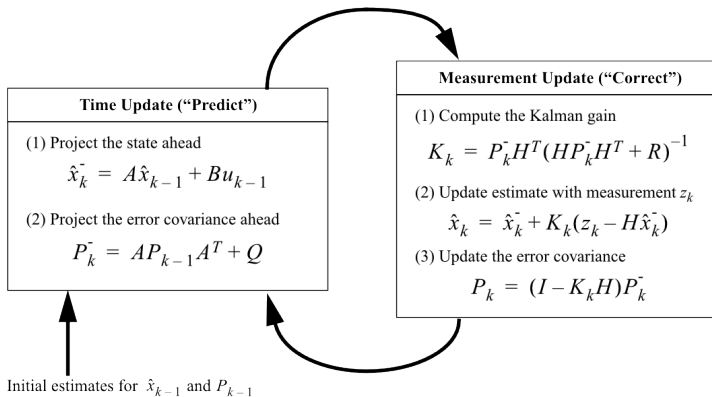
# Princip implementace filtru

$$x_k = Ax_{k-1} + Bu_{k-1} + w_{k-1} \quad (1)$$

$$z_k = Hx_k + v_k \quad (2)$$

- Stav  $x \in \mathbb{R}^n$ .
- Měření  $z$
- Vstup  $u$
- *Process noise*  $w$  a *Measurement noise*  $v$

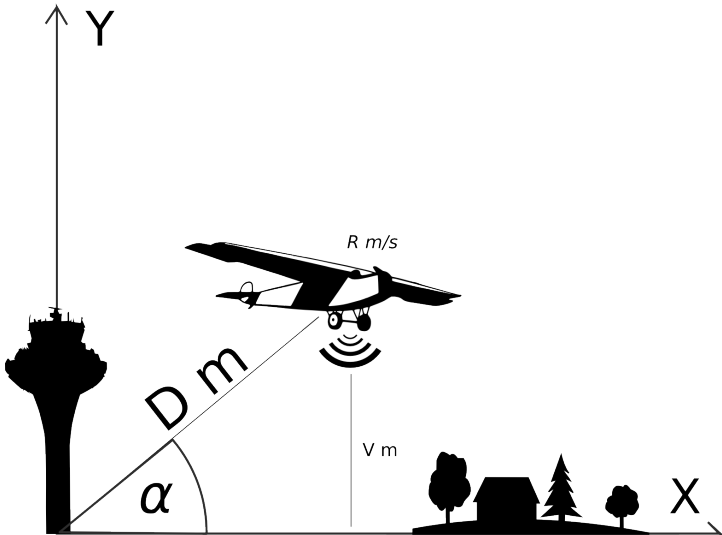
# Fáze filtru



# EKF – rozšířený Kalmanův filtr

- Motivace: nelineární dynamika
- Lineárních zobrazení (matice)  $\rightarrow$  obecné funkce
- Není to tak pěkné, ale prakticky to nevadí

# Implementace





## Cvičení

- Implementujte KF pro změření konstantního napětí na vodiči.
  - měření: přímo napětí s nepřesností (RMS 0.1V)
  - po 50 měřeních odečtu hodnotu
- Přesnost?

Děkuji za pozornost.  
Dotazy?



KFilter – C++ knihovna pro (E)KF



G. Welch, G. Bishop. 2006. *An Introduction to the Kalman Filter*. University of North Carolina.