

Jméno: Josef Novák

1. Která z následujících tvrzení jsou pravdivá? Odpověď nemusíte zdůvodňovat, stačí napsat ANO nebo NE.
(2 body za každou správnou odpověď)

a) $n \log n$ je $O(n^2)$ **ANO**

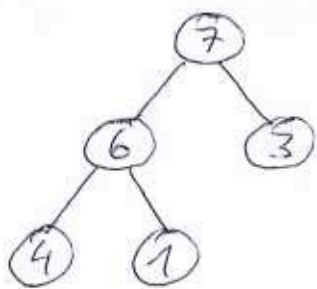
b) $(2n - 3)$ je $\Theta(n)$ **ANO**

c) $(n^2 + 3)$ je $\Omega(n^4)$ **NE**

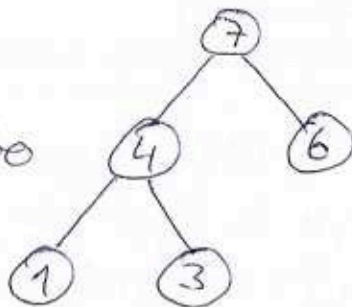
d) $(2n \log n - 3n)$ je $O(n)$ **NE**

e) $(n^2 + 5n - 6)$ je $\Theta(n^2)$ **ANO**

2. Nakreslete obrázek binární haldy s 5 prvky, kde hodnoty jednotlivých prvků jsou 3,7,1,4,6 (stačí jedno z možných řešení - 10 bodů)



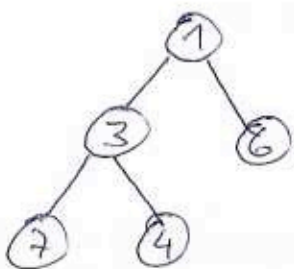
nebo



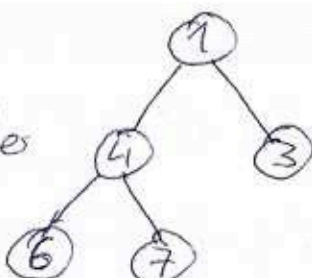
nebo ...

mnoho správných řešení

Tzv. MAX haldy, kde platí klíč-rodice \geq klíč-potomek
Tzv. MIN haldy, kde platí klíč-rodice \leq klíč-potomek



nebo



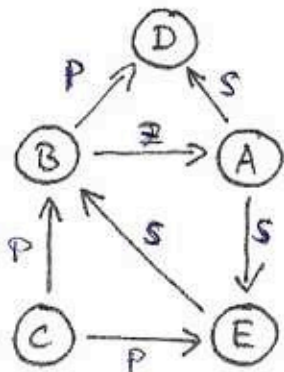
nebo ...

mnoho správných řešení

Na plný počet bodů stačí jedno správné řešení, které musí mít:

- 1) správný tvar stromu
- 2) stejné nerovnosti pro všechny dvojice rodič-potomek

3. Pro níže nakreslený graf vytvořte jeho reprezentaci pomocí abecedně seříděné matice sousednosti a pomocí abecedně seříděných seznamů sousedů. Seznamy sousedů pak použijte pro spuštění procedury DFS (prohledávání grafu do hloubky). Proceduru krokujte, k jednotlivým vrcholům zapisujte časy jejich objevení a opuštění, ke hranám jejich typ. (10 bodů)



MATICE SOUSEDNOSTI

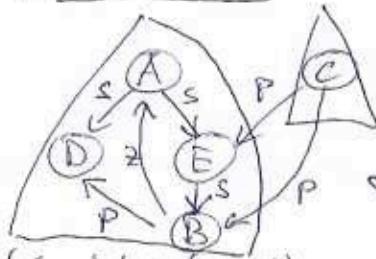
	A	B	C	D	E
A	0	0	0	1	0
B	1	0	0	1	0
C	0	1	0	0	1
D	0	0	0	0	0
E	0	1	0	0	0

SEZNAMY SOUSEDU

	d	f	
A	1	8	→ D → E
B	5	6	→ A → D
C	9	10	→ B → E
D	2	3	→ B
E	4	7	→ B

čas objeveni čas opuštění

Typy hran: s - ~~horizontální~~
z - ~~vertikální~~
p - ~~průčková~~
d - ~~dopravná~~ (ta ~~číslná~~ není)



2 DFS oběmy (kolem oběma NEW! 'prvnímu')

4. Spočítejte asymptotická řešení následujících rekurentních vztahů (2 body za každý vztah)

a) $T(n) = 4T(n/2) + \Theta(n^2)$ $a=4, c=2, \log_2 4 = 2 = d$
 $T(n) = \Theta(n^2 \cdot \log n)$

b) $T(n) = 4T(n/4) + \Theta(n)$ $a=4, c=4, \log_4 4 = 1 = d$
 $T(n) = \Theta(n \log n)$

c) $T(n) = 6T(n/3) + \Theta(n^2)$ $a=6, c=3, \log_3 6 < 2 = d$
 $T(n) = \Theta(n^{2 \log_3 6})$

d) $T(n) = 2T(2n/3) + \Theta(1)$ $a=2, c=3/2, \log_{3/2} 2 > 0 = d$
 $T(n) = \Theta(n^{\log_{3/2} 2})$ ← $\Theta(n^{\log_{3/2} 2})$

e) $T(n) = T(n-1) + (n-1)$ kde navíc $T(1) = 1$
 $T(n) = (n-1) + (n-2) + \dots + 1 = \frac{1}{2}n(n-1) = \Theta(n^2)$

5. Sestavte rekurentní rovnici pro složitost Strassenova algoritmu na násobení čtvercových matic. Popište jakým činnostem odpovídají jednotlivé části rovnice. Rovnici vyřešte. (10 bodů)

$$T(n) = 7T\left(\frac{n}{2}\right) + \Theta(n^2)$$

↑
počet aritmetických operací na vynásobení dvou matic řádku $n \times n$

↑
počet aritmetických operací na vynásobení dvou matic řádku $\frac{n}{2} \times \frac{n}{2}$

↑
počet aritmet. operací na ~~číslné~~ seřídání matic řádku $\frac{n}{2} \times \frac{n}{2}$

$$a=7, c=2, \log_2 7 > 2 = d$$

$$T(n) = \Theta(n^{\log_2 7})$$