

Cvičení #9: Teď už skutečně bude Hash

Miloš Chromý

chromy@ktiml.mff.cuni.cz

1. **Bratřiček.** V neuspořádané množině X pro dané číslo S najděte dva prvky $x, y \in X$ takové, aby $S = x + y$ v čase $O(n)$.
2. **Kolize.** Dostali jste hešovací funkci $h : [U] \rightarrow [m]$. Pokud o této funkci nic dalšího nevíte, kolik vyhodnocení funkce potřebujete, abyste našli k -tici prvků, které se všechny zobrazí do téže přihrádky?
3. **Kolize narozenin.** Jaká je pravděpodobnost, že z 21 lidí (počet studentů zapsaných na toto cvičení) budou mít alespoň 2 narozeniny ve stejný den?
4. **Rick, Morty a úředníci.** K Rickovi a Mortymu se ze všech stran blíží úředníci. Předpokládejme, že mají neomezenou zásobu nábojů, střílí dokonale přesně a na jeden zásobník umí zastřelit 6 úředníků. Vyměnit zásobník ale trvá 1s a během té se úředníci posunou o 1m k němu. Přežije to? Spočítejte co nejrychleji. Vstup je reprezentován jako (nesetříděná) posloupnost d_1, \dots, d_n , kde d_i představuje vzdálenost i . úředníka.
5. **Palin d'romatik.** V dlouhých dobách karantény se Palinovi vyvinula palindromatická deviace. Pokud vidí slovo, tak z něj chce udělat palindrom, ale nechce slovo moc pozměnit. Jeho žena Anna Graham mu napoví, že k získání palindromu může přeházet písmenka, čímž sníží počet přidaných písmenek, kterých je nedostatek vzhledem k písmenkové světové krizi.

Pro dané slovo s zjistěte, kolik nejméně písmen musíte přidat k danému slovu s aby po vhodném zamíchání písmenek vznikl palindrom.
6. **Zapomnětlivý Karel.** Karel má v oblibě letní festivaly. Při návštěvách zaplatí vstupné, občas nějaké jídlo, pití a upomínkové předměty. Bohužel je zapomnětlivý a tak si pamatuje pouze cenu 3 nejdražších věcí u každého festivalu. Po letní sezóně se snaží trochu bilancovat a tak si chce vzpomenout, na kterém festivalu utratil nejvíce peněz.

Vstupem je neuspořádaná množina všech Karlovo výdajů ve formě (**festival**, **cena**) a výstup je hodnota nejdražšího festivalu, tedy podle Karlovo chabé paměti.
7. **Fronta.** Ukažte, jak pomocí dvou zásobníků simulovat frontu. Snažte se o amortizovaně konstantní časovou složitost operací (za předpokladu, že zásobník pracuje v konstantním čase).
8. **Čítač s DEC.** Uvažme n -bitový čítač, který podporuje operace INC a DEC (zvýšení a snížení o 1) a TESTZERO (zjistí, zda je číslo nulové). Modifikujeme ho tak, že každý bit může nabývat hodnot 0, +1 a -1. Ukažte, že v této reprezentaci je amortizovaná složitost obou operací $O(1)$.