

Cvičení #2

Miloš Chromý

chromy@ktiml.mff.cuni.cz

Definice: Notace $O, o, \Omega, \omega, \theta$

- RAM podporuje operace: $=, +, -, \leq$, if COND then CMD, halt

Problém 1 *Kvantifikátory a důkazy. Dokažte nebo vyvráťte následující vztahy*

1.1 $f \in O(g) \iff g \in O(f)$

1.2 $f \in O(g) \iff g \in \Omega(f)$

1.3 $f \in \Theta(h) \wedge g \in \Theta(i) \implies f + g \in \Theta(h + i)$

1.4 $f \in O(g) \wedge g \in O(h) \implies f \in O(h)$

Problém 2 *Vztahy funkcí. Nalezněte co nejvíce asymptotických vztahů mezi následujícími funkcemi: $n, 3n-5, n^2, \sqrt{n}, \log n, \log n^2, \log^2 n, 2^n, 2^{2n}, 4^n, 2^{\log^2 n}, 2^{2 \log n}, n^n, n!, (n+1)!, (n+10)!$*

Problém 3 *Ještě trochu důkazů.*

3.1 $f \in O(g) \implies 2^f \in 2^{O(g)}$

3.2 *pro která f platí $f \in O(f/2)$?*

3.3 *platí $O(n) = 2^{O(\log n)}$?*

Problém 4 *Neprovnatelnost Nalezněte příklady funkcí f a g takových že $f \notin O(g)$ a zároveň $g \in O(f)$.*

Problém 5 *Bubbles RAM. Naprogramujte Bubble sort ve výpočetním modelu RAM.*

Problém 6 *Power RAM. Mějme RAM s neomezenou velikostí čísel. Vymyslete jak zakódovat libovolné množství celých čísel c_1, \dots, c_n do jednoho celého čísla C tak, abychom zvládli jednotlivá c_i dekodovat.*

Problém 7 *Konstantní paměť. Navrhněte postup, jak v případě neomezené kapacity paměťové buňky pozměnit libovolný program na RAMu tak, aby používal konstantně mnoho paměťových buňek. Kolik buňek je potřeba? program může zpomalit.*