

## Cvičení #3

Miloš Chromý

chromy@ktiml.mff.cuni.cz

**Dnešní program:**

- Různé reprezentace grafů - seznam sousedů, matice sousednosti, matice incidence, seznam hran.
  - Prohledávání do šířky (opakování z algoritmizace).
  - Prohledávání do hloubky. Klasifikace hran - stromové, zpětné, dopředné, příčné.
1. **Manhattan.** Mějme mapu Manhattanu: čtverečkový papír, křížení čar odpovídají křižovatkám, úsečky mezi nimi jednotlivým streets a avenues, z nichž některé jsou neprůjezdné kvůli opravám.
    - (a) Naleznete nejkratší cestu z naší pozice domů.
    - (b) Bohužel se vracíme domů ve špičce a takže některé ulice jsou hůře průjezdné. Průjezdnost jednotlivých úseků mezi křižovatkami je dána přirozeným číslem  $1, \dots, k$ . Jak nalézt nejrychlejší cestu domů nyní?
    - (c) Díky výzkumům víme, že pokud budeme zatáčet rovně nebo doprava, ušetříme spoustu paliva i času (nemusíme čekat na volný průjezd), takže chceme najít cestu, kde nikdy nezatočíme doleva. Jak naplánujeme tuto cestu?
  2. **Ztracený Theseus.** Theseus je uvězněn v podzemí a chce se dostat domů. Má k dispozici pouze dostatečně dlouhý provázek, který za sebou může táhnout. Může Theseus najít cestu z bludiště pokud existuje nebo říct že se z něj nemůže dostat? Jak toho docílí?
  3. **Trhání vrcholů.** Theseus se o hodinách nudí a tak grafům trhá vrcholy. Má souvislý orientovaný graf. Chceme mazat jeho vrcholy jeden po druhém tak, aby graf zůstal stále souvislý. Jak takové pořadí mazání najít?
  4. **Eulerovská jednotažka.** Navrhněte algoritmus, který nalezne pro daný graf  $G = (V, E)$  Eulerovský tah. Eulerovský tah je permutace hran  $E$  taková, že dvě po sobě jdoucí hrany sdílí vrchol, tedy  $\dots, (? , u), (u, v), (v, w), (w, ?), \dots$
  5. **Theseus a Minotaur.** Hrdina Théséus se vypravil do hlubin labyrintu a snaží se najít poklad. Chodbami labyrintu se ovšem pohybuje hladový Mínoťaurus a snaží se najít Thésea. Labyrint má tvar čtvercové sítě, jejíž každé políčko je buďto volné prostranství, anebo zeď. Známe mapu labyrintu a počáteční polohy Thésea, Mínoťaura a pokladu. Théséus se v jednom tahu pohne na vybrané sousední políčko. Poté se vždy dvakrát pohne o políčko Mínoťaurus: pokaždé se pokusí zmenšit o 1 rozdíl své a Théseovy  $x$ -ové souřadnice, pokud to nejde, pak  $y$ -ové, pokud nejde ani to, stojí. Poradte Théseovi, jak má dojít k pokladu a vyhnout se Mínoťaurovi.

6. **Roboti.** Máme dvě bludiště a v každém se nachází jeden robot na dálkové ovládní. Bohužel máme rozbitý ovladač, takže můžeme dávat jen příkazy kterým směrem mají jet (S,J,V,Z). Jak najít nejkratší sekvenci pro jejich osvobození?

---

Paměťová náročnost BFS a DFS a jejich srovnání pro hloubku  $k$  a stupeň  $s$ .

---

1. **Posloupnosti.** Pro dvě posloupnosti znaků nalezněte nejdelší společnou podposloupnost.
2. **Setrvačný robot.** Robot v pravoúhlém bludišti může jet buď rovně dokud nenarazí do překážky. Pokud stojí tak se může otáčet libovolným směrem. Jak nalézt cestu (nejkratší) mezi dvěma místy?
3. **Postřelený kůň.** Na šachovnici  $n \times n$  máme postřeleného koně. Takový kůň se umí pohybovat jednou jako kůň a jednou jako král. Nalezněte nejkratší cestu mezi dvěma políčky.
4. **Nejkratší cyklus.** Pro graf  $G$  nalezněte nejkratší cyklus obsahující hranu  $(uv)$ .
5. **Hledáme stromy.** Rozhodněte, zda je graf  $G$  strom.
6. **Počet  $k$ -cyklů.** Spočítejte počet  $k$ -cyklů v grafu  $G$  pro  $k = 3, 4, \dots$
7. **Mocnina matice.** Čemu odpovídá mocnina matice sousednosti? Jak spočítat dosažitelnost mezi dvěma vrcholy pomocí  $O(\log n)$  násobení matic?
8. **Bipartity.** Rozhodněte zda je graf bipartitní.
9. **Nejkratší cesty po 50.** Spočtete počet nejkratších cest v grafu.