

## Cvičení #6

Miloš Chromý

chromy@ktiml.mff.cuni.cz

1. **Vycházky za časů korony.** Ve vašem městě je zákaz vycházení. Lidé mohou pouze na nejkratší procházky okolo svého bydliště. Navrhněte algoritmus, jak pro každého obyvatele nalézt jeho povolenou procházku. Mapa města je orientovaný graf. Výstup: pro každý vrchol délka nejkratšího cyklu na kterém se daný vrchol nachází.
2. **Záporné hrany.** Pokud se v grafu vyskytují záporné hrany, Dijkstra nám přestane fungovat. Pomohou by nám přičíst ke každé hraně (záporné i nezáporné) hodnotu  $k = -\min c(e)$ .  
Mohlo by to pomoci alespoň někdy?
3. **KaraNETa.** Abyste se zabavili v karanténě, chcete si zahrát nějakou hru s kamarády z okolí. Na veřejné síti bohužel hrát nemůžete vzhledem k vytížení sítě sledováním BHO STAY. Naštěstí se můžete spojit pomocí lokální sítě. Mezi některými uživateli můžete vytvořit spoj s určitou odezvou (ms). Chcete udělat spojení všech uživatelů, které bude mít nejmenší odezvu v součtu, přes všechny postavené spoje. Jak takové spojení nalézt?
4. **Nespolehlivý Franta Uživatel.** Chcete postavit KaraNETu jako v předchozím případě. Bohužel u některých uživatelů víte, že jsou dost nespolehliví a pokud by se u nich něco pokazilo, neopraví to. Takové uživatele chcete připojit tak, aby porucha na jejich zařízení ovlivnila jen je samotné a nikoho dalšího. Jak najít topologii pro KaraNETu?
5. **Problémy na KaraNETě.** KaraNETa pokryla celé vaše okolí a vy můžete celé dny v klidu hrát. Bohužel je omezení vycházení příliš dlouhé a vaše síť má problémy.
  - (a) **Vypadlé spojení.** Vypadlo vám spojení, které je obsažené v síti KaraNETa. Jak co nejrychleji nalézt spojení, kterým tento výpadek nahradíte aby opět KaraNETa měla co nejmenší odezvu?
  - (b) **Stromy.** Mezi dvěma uživateli vykvetl strom, čímž se zvýšila odezva na tomto potenciálním spoji (může i nemusí být uvnitř sítě KaraNETa). Zjistěte, jestli a jak je potřeba změnit topologii vaší sítě, abyste zachovali co nejmenší odezvu.
  - (c) **Update spojení.** Karel si koupil nový router od Emzy, čímž zmenšil odezvu na jeho spojení s Emilem. Zkuste zjistit co nejrychleji, jak provést update aby vaše KaraNETa měla stále co nejmenší odezvu v součtu.
6. **Revoluce u Bobří řeky.** Chcete zavést KaraNET i ve své domovské vesnici Kravařích. Síť možných spojení je bohužel trochu řidší a spojení odpovídá rovinnému grafu. Jak dlouho bude trvat nalézt páteřní síť v tomto rozložení?

7. **Borůvka progresivní suterén.** Borůvkův algoritmus vyžaduje unikátnost vah hran. Nalezněte graf, ve kterém existuje více hran se stejnou vahou a borůvka na něm neuspěje.
8. **Borůvková marmeláda.** Navrhněte implementaci (pseudokód) pro Borůvkův algoritmus, kde v každém kroku zkontrahujete hrany místo jejich spojování. Ukažte časovou a prostorovou složitost i správnost vašeho přístupu.