

Základní informace

- Vyučující: Jiří Fink
- E-mail: fink@ktiml.mff.cuni.cz
- Webové stránky: <https://ktiml.mff.cuni.cz/~fink>
- Přednášky: <http://ktiml.mff.cuni.cz/hric/vyuka.htm#Alg>
- Literatura: Martin Mareš, Tomáš Valla: Průvodce labyrintem algoritmů, CZ.NIC, 2017.
<http://pruvodce.ucw.cz/>

Za domácí úkol máte příklady 4.2 a 4.3.

U všech níže uvedených příkladů se snažte najít algoritmus, který zadanou úlohu vyřeší co možná nejrychleji s co nejmenší spotřebou paměti. Vždy uvádějte časovou a paměťovou složitost vašich algoritmů.

Příklad 1. Jsme ve vysokém americkém mrakodrapu s n patry a chceme zjistit, z kterého patra se americká vajíčka při hodů na chodník rozbijí. Jelikož jsou americká vajíčka velmi odolná, jsou též drahá, a proto chceme použít co nejmenší počet vajíček. Jak můžeme najít nejnižší patro, ze kterého se vajíčka rozbijí?

Příklad 2. Máme danou rostoucí posloupnost přirozených čísel. Najděte nejmenší přirozené číslo, které v ní chybí.

Příklad 3. Máme danou rostoucí posloupnost přirozených čísel. Jakým způsobem můžeme najít dvě čísla z této posloupnosti mající daný součet s ?

Příklad 4. Formálně dokažte, že platí

1. $n \log n \notin \mathcal{O}(n)$
2. Jestliže $f \in \mathcal{O}(g)$, pak $f + g \in \mathcal{O}(g)$.
3. $\mathcal{O}(f + g) = \mathcal{O}(\max\{f, g\})$

kde $f, g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ jsou libovolné funkce.

Příklad 5.

1. Máme danou posloupnost přirozených čísel a_1, \dots, a_n . Jak si máme čísla uložit v paměti, abychom rychle dokázali odpovídat na následující dotazy: Pro dané indexy i a j určete součet čísel od i -té do j -té pozice (tj. určit $\sum_{k=i}^j a_k$).
2. Jak v dané posloupnosti přirozených čísel najít souvislou podposloupnost mající daný součet s ?
3. Jak v dané posloupnosti celých čísel najít souvislou podposloupnost mající největší součet?

Příklad 6.

1. Máme danou matici (obdélníku) přirozených čísel A velikosti $n \times n$. Jak si máme čísla uložit v paměti, abychom rychle dokázali odpovídat na následující dotazy: Pro dané pozice (u, v) a (x, y) určete součet čísel v submatici ohraničené těmito pozicemi (tj. určit $\sum_{i=u}^x \sum_{j=v}^y A_{i,j}$).
2. Jak v dané matici celých čísel najít největší souvislou submatici obsahující pouze nuly?
3. Jak v dané matici přirozených čísel najít souvislou submatici mající daný součet s ?

Příklad 7.

1. Pro daná přirozená čísla n a k spočítejte n^k .
2. Pro dané n najděte n -té Fibonacciho číslo.