Úvod do umělé inteligence (NAIL120)

6. a 7. cvičení

Jirka Fink

https://ktiml.mff.cuni.cz/~fink/

Katedra teoretické informatiky a matematické logiky
Matematicko-fyzikální fakulta
Univerzita Karlova v Praze

Letni semestr 2021/22

Poslední změna 31. března 2022

5. domácí úkol: PDDL

Zadání (zkráceno)

- Máme dány počáteční a cílové pozice krabic, které máme převést pomocí aut
- Každé auto kapacitu jedné krabice
- Napište PDDL doménu obsahující právě tyto akce
  - load(box car place): Naloží krabici do auta.
  - unload(box car place): Vyloží krabici z auta.
  - move(car origin destination): Přesune auto.
- Napište jednu doménu, která vyřeší na 10 problémů.

Pravděpodobnost

Proč bychom měli v umělé inteligenci používat pravděpodobnost?

Proč bychom měli v umělé inteligenci používat pravděpodobnost?

- Nemusíme znát úplný matematický popis prostředí (model).
- Nemusíme mít k dispozici všechna data popisující počáteční stav.
- Kompletní model může být příliš komplikovaný pro praktické použití.
- Pravděpodobností model může být jednodušší, pokud umíme pravděpodobnost používat.

Pravděpodobnost

Proč bychom měli v umělé inteligenci používat pravděpodobnost?

- Nemusíme znát úplný matematický popis prostředí (model).
- Nemusíme mít k dispozici všechna data popisující počáteční stav.
- Kompletní model může být příliš komplikovaný pro praktické použití.
- Pravděpodobností model může být jednodušší, pokud umíme pravděpodobnost používat.

OK, ale proč ke zjednodušení popisu světa nepoužívá jiný nástroj?

Proč bychom měli v umělé inteligenci používat pravděpodobnost?

- Nemusíme znát úplný matematický popis prostředí (model).
- Nemusíme mít k dispozici všechna data popisující počáteční stav.
- Kompletní model může být příliš komplikovaný pro praktické použití.
- Pravděpodobností model může být jednodušší, pokud umíme pravděpodobnost používat.

OK, ale proč ke zjednodušení popisu světa nepoužívá jiný nástroj?

- Pravděpodobnost je jeden z mnoha nástrojů
- Na některé problémy dává se současnými znalostmi nejlepší výsledky

Pravděpodobnost

Proč bychom měli v umělé inteligenci používat pravděpodobnost?

- Nemusíme znát úplný matematický popis prostředí (model).
- Nemusíme mít k dispozici všechna data popisující počáteční stav.
- Kompletní model může být příliš komplikovaný pro praktické použití.
- Pravděpodobností model může být jednodušší, pokud umíme pravděpodobnost používat.

OK, ale proč ke zjednodušení popisu světa nepoužívá jiný nástroj?

- Pravděpodobnost je jeden z mnoha nástrojů
- Na některé problémy dává se současnými znalostmi nejlepší výsledky

Jak určit pravděpodobnostní rozložení studovaných jevů?

Pravděpodobnost

Proč bychom měli v umělé inteligenci používat pravděpodobnost?

- Nemusíme znát úplný matematický popis prostředí (model).
- Nemusíme mít k dispozici všechna data popisující počáteční stav.
- Kompletní model může být příliš komplikovaný pro praktické použití.
- Pravděpodobností model může být jednodušší, pokud umíme pravděpodobnost používat.

OK, ale proč ke zjednodušení popisu světa nepoužívá jiný nástroj?

- Pravděpodobnost je jeden z mnoha nástrojů
- Na některé problémy dává se současnými znalostmi nejlepší výsledky

Jak určit pravděpodobnostní rozložení studovaných jevů?

- Statistika
- Zkušenosti, intuice a odhad

Základní pojmy pravděpodobnosti

Pravděpodobnostní prostor a jev

- Jev (event) popisuje jeden možný stav světa.
- Pravděpodobnostní prostor (sample space) je množina všech jevů.

Základní pojmy pravděpodobnosti

Pravděpodobnostní prostor a jev

- Jev (event) popisuje jeden možný stav světa.
- Pravděpodobnostní prostor (sample space) je množina všech jevů.

Pravděpodobnostní rozložení (Probabilistic distribution/model)

Pravděpodobnostní rozložení udává pravděpodobnost $P(\omega)$ každého jevu ω z prostoru Ω, které musí splňovat

- $P(\omega) \geq 0$ pro všechna $\omega \in \Omega$
- $\sum_{\omega \in \Omega} P(\omega) = 1$

Hodnoty pravděpodobnostního rozdělení se zapisují do vektoru s předdefinovaným pořadím, např. $\mathbf{P}(Mince) = \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$.

Základní pojmy pravděpodobnosti

Pravděpodobnostní prostor a jev

- Jev (event) popisuje jeden možný stav světa.
- Pravděpodobnostní prostor (sample space) je množina všech jevů.

Pravděpodobnostní rozložení (Probabilistic distribution/model)

Pravděpodobnostní rozložení udává pravděpodobnost $P(\omega)$ každého jevu ω z prostoru Ω, které musí splňovat

- $P(\omega) \geq 0$ pro všechna $\omega \in \Omega$
- $\sum_{\omega \in \Omega} P(\omega) = 1$

Hodnoty pravděpodobnostního rozdělení se zapisují do vektoru s předdefinovaným pořadím, např. $\mathbf{P}(\mathit{Mince}) = \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$.

Náhodná proměnná

- Náhodná proměnná symbolicky označuje náhodný výsledek z pravděpodobnostního modelu.
- Doména náhodné proměnné je množina všech možných hodnot, kterých může nabývat.

Základní pojmy pravděpodobnosti

Sdružená pravděpodobnost (full joint probability distribution)

Pravděpodobnost $\mathbf{P}(X, Y)$ je rozložení všech kombinací hodnot domén proměnných X a Y.

Podmíněná pravděpodobnost

Pravděpodobnostní prostor a model

Podmíněnou pravděpodobností $P(a|b)$ je pravděpodobnost výskytu jevu a za předpokladu, že se vyskytl jev b, kde $P(b) > 0$.

$$P(a|b) = \frac{P(a \wedge b)}{P(b)}$$

Podmíněná pravděpodobnost

Pravděpodobnostní prostor a model

Podmíněnou pravděpodobností $P(a|b)$ je pravděpodobnost výskytu jevu a za předpokladu, že se vyskytl jev b, kde $P(b) > 0$.

$$P(a|b) = \frac{P(a \wedge b)}{P(b)}$$

Vlastnosti

- Product rule: $P(a \wedge b) = P(a|b)P(b)$
- Bayes' rule: $P(b|a) = P(a|b)\frac{P(b)}{P(a)}$

Podmíněná pravděpodobnost

Pravděpodobnostní prostor a model

Podmíněnou pravděpodobností $P(a|b)$ je pravděpodobnost výskytu jevu a za předpokladu, že se vyskytl jev b, kde $P(b) > 0$.

$$P(a|b) = \frac{P(a \wedge b)}{P(b)}$$

Vlastnosti

- Product rule: $P(a \wedge b) = P(a|b)P(b)$
- Bayes' rule: $P(b|a) = P(a|b)\frac{P(b)}{P(a)}$

Značení

$P(a|b, c) = P(a|b \wedge c)$ je pravděpodobnost výskytu jevu a za předpokladu, že se vyskytly jevy b i c současně.

Nezávislost

Následující definice nezávislosti jevů a a b jsou ekvivalentní.

- $P(a \wedge b) = P(a)P(b)$
- $P(a) = P(a|b)$
- $P(b) = P(b|a)$

Nezávislost

Nezávislost

Následující definice nezávislosti jevů a a b jsou ekvivalentní.

- $P(a \wedge b) = P(a)P(b)$
- $P(a) = P(a|b)$
- $P(b) = P(b|a)$

Podmíněná nezávislost

Jevy a a b jsou nezávislé za podmínky c, jestliže $P(a \wedge b|c) = P(a|c)P(b|c)$.

Nezávislost

Nezávislost

Následující definice nezávislosti jevů a a b jsou ekvivalentní.

- $P(a \wedge b) = P(a)P(b)$
- $P(a) = P(a|b)$
- $P(b) = P(b|a)$

Podmíněná nezávislost

Jevy a a b jsou nezávislé za podmínky c, jestliže $P(a \wedge b|c) = P(a|c)P(b|c)$.

Cvičení

Hodíme dvě kostkami X a Y nezávisle.

- Jsou proměnné „X+Y je sudý“ a „X je sudý“ nezávislé?
- Jsou proměnné „X+Y je sudý“ a „X=Y“ nezávislé?

Vlastnosti pravděpodobnosti

Princip incluze-excluze

$P(a \vee b) = P(a) + P(b) - P(a \wedge b)$

Vlastnosti pravděpodobnosti

Princip incluze-excluze

$P(a \vee b) = P(a) + P(b) - P(a \wedge b)$

Marginalizace (součet pravděpodobností všech příslušných jevů)

$P(y) = \sum_{z \in \Omega_z} P(y \wedge z)$, kde Ω je doména proměnné z

Vlastnosti pravděpodobnosti

Princip incluze-excluze

$P(a \vee b) = P(a) + P(b) - P(a \wedge b)$

Marginalizace (součet pravděpodobností všech příslušných jevů)

$P(y) = \sum_{z \in \Omega_z} P(y \wedge z)$, kde Ω je doména proměnné z

Podmíněná marginalizace (conditioning)

$P(y) = \sum_{z \in \Omega} P(y|z)P(z)$

Vlastnosti pravděpodobnosti

Princip incluze-excluze

$P(a \vee b) = P(a) + P(b) - P(a \wedge b)$

Marginalizace (součet pravděpodobností všech příslušných jevů)

$P(y) = \sum_{z \in \Omega_z} P(y \wedge z)$, kde Ω je doména proměnné z

Podmíněná marginalizace (conditioning)

$P(y) = \sum_{z \in \Omega} P(y|z)P(z)$

Výpočet podmíněné pravděpodobnosti pomocí marginalizace

$P(x|y) = \frac{\sum_{z \in \Omega} P(x \wedge y \wedge z)}{\sum_{z \in \Omega} P(y \wedge z)}$

Cvičení

Pro následující implikace rozhodněte, zda jsou vždy pravdivé nebo najděte protipříklad.

1. Jestliže $P(a|b,c) = P(b|a,c)$, pak $P(a|c) = P(b|c)$.
2. Jestliže $P(a|b,c) = P(a)$, pak $P(b|c) = P(b)$.
3. Jestliže $P(a|b) = P(a)$, pak $P(a|b,c) = P(a|c)$.

Cvičení

1. Rodina má dvě dědi. **Mladší** je kluk. Jaká je pravděpodobnost, že druhé dítě je též kluk?
2. Rodina má dvě dědi. **Jedno z nich** je kluk. Jaká je pravděpodobnost, že druhé dítě je též kluk?

Cvičení

1. Společnost A má tržní podíl 40 % a 5 % zboží dodává pozdě.
2. Společnost B má tržní podíl 30 % a 3 % zboží dodává pozdě.
3. Společnost C má tržní podíl 30 % a 2,5 % zboží dodává pozdě.

Dojde-li zásilka pozdě, jaká je pravděpodobnost, že ji odeslala společnost A?

Hledání falešné mince

V pitlíku máme $n - 1$ normálních mincí a jednu falešnou mající hlavu na obou stranách.

1. Vybereme náhodně jednu minci, hodíme ji a padne hlava. Jaká je podmíněná pravděpodobnost, že mince je falešná?

Hledání falešné mince

V pitlíku máme $n - 1$ normálních mincí a jednu falešnou mající hlavu na obou stranách.

1. Vybereme náhodně jednu minci, hodíme ji a padne hlava. Jaká je podmíněná pravděpodobnost, že mince je falešná?
2. Náhodně vybranou minci k-krát hodíme a padne nám k hlav. Jaká je podmíněná pravděpodobnost, že mince je falešná?

Hledání falešné mince

V pitlíku máme $n - 1$ normálních mincí a jednu falešnou mající hlavu na obou stranách.

1. Vybereme náhodně jednu minci, hodíme ji a padne hlava. Jaká je podmíněná pravděpodobnost, že mince je falešná?
2. Náhodně vybranou minci k-krát hodíme a padne nám k hlav. Jaká je podmíněná pravděpodobnost, že mince je falešná?
3. Chceme zjistit, zda vybraná mince je falešná pomocí k hodů. Výstupem testu je *falešná*, pokud k-krát padne hlava. Jaká je (nepodmíněná) pravděpodobnost chybného výsledku testu?

Wumpus

Popis

- Jeskynní systém s místnostmi rozmístěnými ve 2D mřížce
- V každé místnosti je jáma s pravděpodobností p
- V místnosti sousedících s jámou je vítr (V)
- Některé místnosti jsou již prozkoumané (OK,V)
- Jaká je pravděpodobnost jámy ve všech místnostech za daných informací?

Popis

- Jeskynní systém s místnostmi rozmístěnými ve 2D mřížce
- V každé místnosti je jáma s pravděpodobností p
- V místnosti sousedících s jámou je vítr (V)
- Některé místnosti jsou již prozkoumané (OK,V)
- Jaká je pravděpodobnost jámy ve všech místnostech za daných informací?

A	1	2
1	V	
2		

Wumpus

Popis

- Jeskynní systém s místnostmi rozmístěnými ve 2D mřížce
- V každé místnosti je jáma s pravděpodobností p
- V místnosti sousedících s jámou je vítr (V)
- Některé místnosti jsou již prozkoumané (OK,V)
- Jaká je pravděpodobnost jámy ve všech místnostech za daných informací?

A	1	2
1	V	
2		

B	1	2	3
1	OK	V	
2	V		
3			

Wumpus

Popis

- Jeskynní systém s místnostmi rozmístěnými ve 2D mřížce
- V každé místnosti je jáma s pravděpodobností p
- V místnosti sousedících s jámou je vítr (V)
- Některé místnosti jsou již prozkoumané (OK,V)
- Jaká je pravděpodobnost jámy ve všech místnostech za daných informací?

A	1	2
1	V	
2		

B	1	2	3
1	OK	V	
2	V		
3			

C	1	2	3
1	OK	V	
2	V		
3			V

Popis

- Jeskynní systém s místnostmi rozmístěnými ve 2D mřížce
- V každé místnosti je jáma s pravděpodobností p
- V místnosti sousedících s jámou je vítr (V)
- Některé místnosti jsou již prozkoumané (OK,V)
- Jaká je pravděpodobnost jámy ve všech místnostech za daných informací?

A	1	2
1	V	
2		

B	1	2	3
1	OK	V	
2	V		
3			

C	1	2	3
1	OK	V	
2	V		
3			V

Další otázky

- Lze pro $p = 0,0001$ použít místo pravděpodobnostní dedukce použít logickou?

Popis

- Jeskynní systém s místnostmi rozmístěnými ve 2D mřížce
- V každé místnosti je jáma s pravděpodobností p
- V místnosti sousedících s jámou je vítr (V)
- Některé místnosti jsou již prozkoumané (OK,V)
- Jaká je pravděpodobnost jámy ve všech místnostech za daných informací?

A	1	2
1	V	
2		

B	1	2	3
1	OK	V	
2	V		
3			

C	1	2	3
1	OK	V	
2	V		
3			V

Další otázky

- Lze pro $p = 0,0001$ použít místo pravděpodobnostní dedukce použít logickou?
- Jak se změní pravděpodobnosti a nezávislosti, jestliže jámy nejsou generovány s pravděpodobností p, ale celkem k jam je rozmístěno rovnoměrně?

6. domácí úkol: Pravděpodobnost

Zadání (zkráceno)

- Napište hráče pro hru hledání min (minesweeper)
- K dispozici máte
  - Velikost tabulky
  - Pravděpodobnost miny na každé pozici
  - Počet min sousedních pozic pro prozkoumaná políčka
- Napište funkci, která vrátí další pozici k prozkoumání
- Cílem je zlepšit úspěšnost triviálního hráče v zadané šabloně