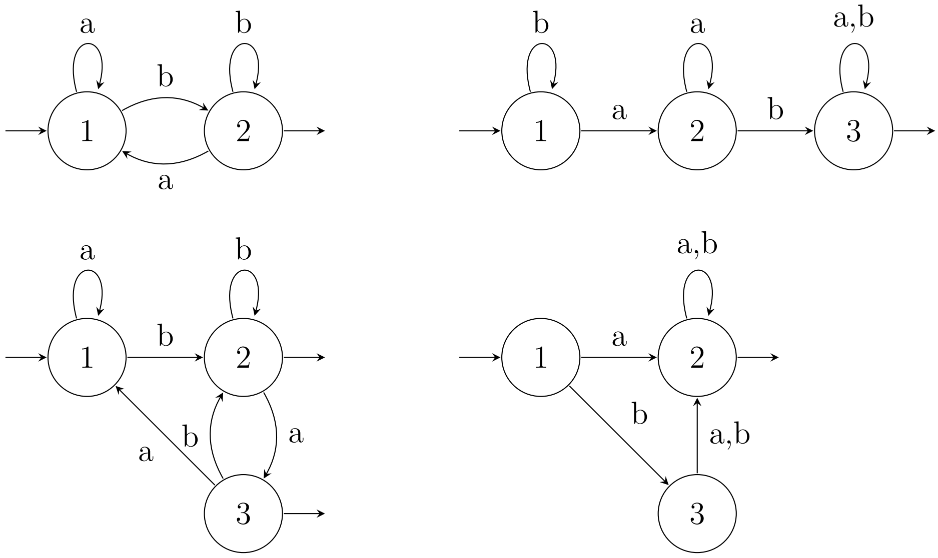
Definice 1. Regulárním výrazem nad abecedou X je slovem z abecedy $X \cup \{\emptyset, \lambda, +, ., \star, (,)\}$ vytvořeným podle následujích pravidel.

a) $\emptyset$, λ, x jsou regulární výrazy pro všechna $x \in X$
b) $(u.v)$ je regulární pro všechny regulární výrazy u a v
c) $(u + v)$ je regulární pro všechny regulární výrazy u a v
d) $u\star$ je regulární pro všechny regulární výrazy u
e) Každý regulární výraz vznikne konečným použitím předchozích pravidel.

Příklad 1. Navrhněte regulární výrazy reprezentující následující jazyky nad $X = \{a, b\}$.

a) Jazyk sestávající ze slov, které obsahují $aaba$ jako podslovo.
b) Jazyk sestávající ze slov, která mají prefix abb a sufix $bbaa$.
c) Jazyk sestávající ze slov, kde počet výskytů a je dělitelný 3.
d) Jazyk sestávající ze slov, která začínají a končí stejnou dvojicí symbolů.
e) Jazyk sestávající ze slov, které neobsahují aa podslovo.

Příklad 2. Pro následující konečné automaty sestrojte regulární výrazy, které reprezentují stejný jazyk.



Příklad 3. Pro následující regulární výrazy zkonstruujte konečné automaty, které přijímají jimi reprezentované jazyky.

a) $ab + ba$
b) $a^2 + b^2 + ab$
c) $a + b^\star$
d) $(ab + c)^\star$
e) $((ab + c)^+ a(bc)^\star + b)^\star$
f) $((ab + c)^\star a(bc)^\star + b)^\star$
g) $(01^\star + 101)^\star 0^\star 1$
h) $(01)^\star 11(01)^\star + (0 + 1)^\star 00$

Příklad 4. Nechť L a R jsou regulární jazyky. Dokažte, že následující jazyky jsou také regulární.

- $L_1 = \{uwv;\ uv \in L\}$, kde $w \in R$
- $L_2 = \{uwv;\ uv \in L, w \in R\}$
- $L_3 = \{uv;\ uwv \in L\}$, kde $w \in R$
- $L_4 = \{uv;\ uwv \in L, w \in R\}$

Příklad 5. Pro každé přirozené n najděte jazyk L_n rozpoznatelný n stavovým nedeterministickým automatem a 2^n stavovým redukovaným deterministickým automatem.

Příklad 6 (Domácí úkol)**.** Rozhodněte, zda pro každý regulární jazyk L je i jazyk $L' = \{uv;\ vu \in L\}$ regulární, tj. ze slova jazyka L délky k vytvoříme rotací k slov, která vložíme do L'.