

Výroková a predikátová logika - cvičení 5

1. Pomocí tablo metody dokažte následující výroky.

- (a) $p \rightarrow (q \rightarrow p)$,
- (b) $p \leftrightarrow \neg\neg p$,
- (c) $\neg(p \vee q) \leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$,
- (d) $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$,
- (e) $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))$.

2. Pomocí tablo metody nalezněte všechny modely následujících teorií.

- (a) $\{(\neg p \vee q) \rightarrow (\neg q \wedge r)\}$,
- (b) $\{\neg q \rightarrow (\neg p \vee q); \neg p \rightarrow q; r \rightarrow q\}$,
- (c) $\{q \rightarrow p; r \rightarrow q; (r \rightarrow p) \rightarrow s\}$.

3. Pomocí tablo metody dokažte či nalezněte protipříklad.

- (a) $\{\neg q; p \vee q\} \models p$,
- (b) $\{q \rightarrow p; r \rightarrow q; (r \rightarrow p) \rightarrow s\} \models s$,
- (c) $\{p \rightarrow r; p \vee q; \neg s \rightarrow \neg q\} \models (r \rightarrow s)$.

4. Sestrojte atomická tabla pro Piercovu spojku \downarrow (NOR) a Shefferovu spojku \uparrow (NAND).

5. Je možné sestavit atomické tablo pro libovolnou booleovskou funkcií?

6. Dokažte přímo (transformací tabel) větu o dedukci, tj. pro každou teorii T a fle φ, ψ

$$T \vdash \varphi \rightarrow \psi \text{ právě tehdy když } T, \varphi \vdash \psi.$$

7. Ukažte, že každé atomické tablo τ je korektní, tj. shoduje-li se ohodnocení v s položkou v kořeni τ , shoduje se i s nějakou větví v τ .

8. Pomocí tablo metody proveďte důkaz Boží existence.

(Návod. Předpokládejme, že se nemodlíte (pokud se modlíte, předpokládejte, že se nemodlí někdo jiný, a příslušným způsobem pozměňte důkaz). Uvažte následující věty. *Jestliže neexistuje Bůh, pak není pravda, že pokud se modlím, Bůh mé modlitby vyslyší. Nemodlím se.* Na základě jejich pravdivosti dokažte pomocí tablo metody, že Bůh existuje.)