Výroková a predikátová logika - cvičení 6

1. Buď $\mathcal{S}$ spočetný systém (množina) neprázdných konečných množin. Řekneme, že $\mathcal{S}$ má *prostý selektor*, jestliže existuje prostá funkce $f : \mathcal{S} \to \bigcup \mathcal{S}$ taková, že $f(S) \in S$ pro každé $S \in \mathcal{S}$. Dokažte, že $\mathcal{S}$ má prostý selektor, právě tehdy když každá neprázdná konečná podmnožina $\mathcal{S}$ má prostý selektor.

2. Buď φ výrok $\neg(p \vee q) \to (\neg p \wedge \neg q)$.
   (a) Sestrojte tablo důkaz výroku φ
   (b) Převeďte $\neg\varphi$ do CNF a množinové reprezentace.
   (c) Nalezněte rezoluční vyvrácení $\neg\varphi$, tj. důkaz φ.

3. Nalezněte rezoluční uzávěr $\mathcal{R}(S)$ pro následující formuli S. Je formule S splnitelná?
   (a) $\{\{p, q\}\{\neg p, \neg q\}\{\neg p, q\}\}$,
   (b) $\{\{p, q\}\{p, \neg q\}\}$,
   (c) $\{\{p, \neg q, r\}\{q, r\}\{\neg p, r\}\{q, \neg r\}\{\neg q\}\}$.

4. Vyvraťte rezolucí následující výroky.
   (a) $(p \leftrightarrow (q \to r)) \wedge ((p \leftrightarrow q) \wedge (p \leftrightarrow \neg r))$,
   (b) $\neg(((p \to q) \to \neg q) \to \neg q)$

5. Dokažte rezolucí, že v teorii $T = \{\neg p \to \neg q, \neg q \to \neg r, (r \to p) \to s\}$ platí s, tj. ukažte $T \vdash s$.

6. Ukažte, že je-li $S = \{C_1, C_2\}$ splnitelná a C je rezolventa C_1, C_2, pak i C je splnitelná.

7. Sestrojte strom dosazení pro formuli $S = \{\{p, r\}\{q, \neg r\}\{\neg q\}\{\neg p, t\}\{\neg s\}\{s, \neg t\}\}$. Je S splnitelná?