

Výroková a predikátová logika - cvičení 8

- Rozhodněte, zda jsou následující formule (logicky) pravdivé/lživé/nezávislé.
 - $(\exists x)(\forall y)(P(x, y)) \rightarrow (\forall y)(\exists x)(P(x, y))$
 - $\exists x(x \neq x)$
 - $\exists xR(x, x) \wedge \forall y\neg R(y, y)$
 - $\forall xP(x) \wedge \exists y\forall x(x \neq y \rightarrow \neg P(x))$
- Lze následující dvojice formulí rozlišit platností v nějaké struktuře?
 - $\varphi \rightarrow \exists x\psi, \exists x(\varphi \rightarrow \psi)$
 - $\exists x\varphi \rightarrow \psi, \forall x(\varphi \rightarrow \psi)$
- Bud' T teorie s jedním axiomem $\exists x\exists y(x \neq y)$. Pro T' rozhodněte, zda je extenzí T . Pokud ano, je jednoduchá/konzervativní?
 - $T' = \{\exists x\exists y\exists z(x \neq y \wedge y \neq z \wedge x \neq z)\}$
 - $T' = \{c_1 \neq c_2 \wedge c_2 \neq c_3 \wedge c_1 \neq c_3\}$
 - $T' = \{\forall x(f(x) = x)\}$
 - $T' = \{\forall x\neg(f(x) = x)\}$
- Uveďte příklad definovatelné/nedefinovatelné množiny ve struktuře $\langle \mathbb{R}, +, \cdot \rangle$.
- Uveďte příklad definovatelné množiny ve struktuře $\langle \mathbb{N}, 0, 1, +, \cdot, \leq \rangle$. Existuje podmnožina \mathbb{N} nedefinovatelná v této struktuře?
- Uvažme teorii grup v jazyce $\mathcal{L} = \{+, -, 0\}$ s axiomy $x + (y + z) = (x + y) + z, x + 0 = x = 0 + x, x + (-x) = -x + x$. Určete, zda jsou v ní následující formule pravdivé/lživé/nezávislé.
 - $x + y = y + x,$
 - $x + y = x \rightarrow y = 0,$
 - $-(x + y) = (-y) + (-x)$
- Uvažme grupu \mathbb{Z}_4 .
 - Určete všechny její podstrukutry generované jedním prvkem.
 - Určete všechny její podstrukutry.
 - Je každá její podstruktura grupou?
 - Jsou všechny její podstrukutry elementárně ekvivalentní?
- Jsou všechny grupy komutativní? Je každá podstruktura komutativní grupy komutativní grupou? Je teorie grup kompletní teorií?
- Uvažme strukturu racionálních čísel v jazyce $\mathcal{L} = \{+, -, \cdot, 0, 1\}$.
 - Existuje její redukt, který je modelem teorie grup?
 - Lze redukt $\langle \mathbb{Q}, \cdot, 1 \rangle$ expandovat na model teorie grup?
 - Obsahuje struktura racionálních čísel podstrukturu, která s ní není elementárně ekvivalentní?