Výroková a predikátová logika - test 1, var. A, 19. 11. 2014
(12 bodů, 50 minut)

1. Zapište formuli reprezentující následující Booleovskou funkci. (1 bod)

p	q	r	$f(p,q,r)$
1	1	1	0
0	1	1	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	0	0	1
0	1	0	0
0	0	1	1
0	0	0	1

2. Buď φ formule $((p \wedge q) \rightarrow s) \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow s))$.
   (a) Formuli $\neg\varphi$ převeďte do CNF a množinové reprezentace. (1 bod)
   (b) Pomocí rezoluce dokažte φ (tedy nalezněte rezoluční vyvrácení $\neg\varphi$). (1 bod)

3. Pro následující tvrzení rozhodněte, zda platí. Pokud platí, stručně zdůvodněte; pokud neplatí, uveďte protipříklad.
   (a) Jestliže $T \models \varphi$ a $S \models \psi$, pak $T \cup S \models \varphi \wedge \psi$. (1 bod)
   (b) Jestliže $T \models \varphi$ a $S \models \psi$, pak $T \cup S \models \varphi \vee \psi$. (1 bod)

4. Buď φ formule $((p \wedge q) \rightarrow s) \rightarrow ((p \rightarrow s) \vee (q \rightarrow s))$. Pomocí tablo metody dokažte φ či najděte ohodnocení nesplňující φ. (1 bod)

5. Pro níže zadané T a φ pomocí tablo metody dokažte $T \vdash \varphi$ či nalezněte protipříklad (model T, v němž neplatí φ).
   (a) $T = \{p \rightarrow (q \vee t); q \rightarrow s; t \rightarrow q\}$, φ je $p \rightarrow s$. (1 bod)
   (b) $T = \{p \vee q; (p \rightarrow s) \vee (q \rightarrow s)\}$, φ je s. (1 bod)

6. Buď $|\mathbb{P}| = n$, φ formule nad $\mathbb{P}$, $|M(\varphi)| = m$.
   (a) Kolik existuje vzájemně neekvivalentních formulí ψ nad $\mathbb{P}$, pro něž platí $\varphi \leftrightarrow (\varphi \vee \psi)$? Stručně zdůvodněte. (1 bod)
   (b) Kolik existuje vzájemně neekvivalentních teorií T nad $\mathbb{P}$, pro něž platí, že $T \cup \varphi$ je kompletní (bezesporná) teorie? Stručně zdůvodněte. (1 bod)

7. Pomocí jednotkové propagace zjistěte, zda je následující Hornův výrok splnitelný. Pokud ano, najděte splňující ohodnocení. (1 bod)
   $(p \vee \neg q \vee \neg s) \wedge (q \vee \neg s \vee \neg t) \wedge (\neg p \vee \neg t \vee r) \wedge (\neg r) \wedge (r \vee \neg p)$

8. Pomocí rezoluce dokažte, že $\{s, \neg s\} \vdash p$. (1 bod)