

Výroková a predikátová logika - test 1, var. B, 25. 11. 2014

(12 bodů, 60 minut)

1. Je dána teorie $T = \{p_{i+1} \rightarrow p_i; i \in \mathbb{N}\}$. Pozn.: $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$.
Existuje model T , v němž platí $\neg p_0$? Pokud ano, udejte takový model; pokud ne, stručně zdůvodněte. (1 bod)
2. Bud' φ formule $(p \rightarrow (s \vee t)) \rightarrow ((p \rightarrow s) \vee (p \rightarrow t))$.
 - (a) Formulí $\neg\varphi$ převed'te do CNF a množinové reprezentace. (1 bod)
 - (b) Pomocí rezoluce dokažte φ (tedy nalezněte rezoluční vyvrácení $\neg\varphi$). (1 bod)
3. Pro následující tvrzení rozhodněte, zda platí. Pokud platí, stručně zdůvodněte; pokud neplatí, uveďte protipříklad.
 - (a) Jestliže $T \models \varphi \rightarrow \psi$ a $S \models \varphi$, pak $T \cup S \models \psi$. (1 bod)
 - (b) Jestliže $T \models \varphi$ a $S \models \psi$, pak $T \cap S \models \varphi \vee \psi$. (1 bod)
4. Bud' φ formule $(p \rightarrow (q \vee r)) \rightarrow ((q \vee r) \rightarrow p)$. Pomocí tablo metody dokažte φ či (opět pomocí tablo metody) najděte ohodnocení nesplňující φ . (1 bod)
5. Pro níže zadané T a φ pomocí rezoluce dokažte $T \vdash \varphi$ či nalezněte protipříklad (model T , v němž neplatí φ). (1 bod)

$$T = \{p \rightarrow q, q \rightarrow s, s \rightarrow t\}, \varphi \text{ je } p \rightarrow t.$$

6. Pro níže zadané T a φ pomocí tablo metody dokažte $T \vdash \varphi$ či nalezněte protipříklad (model T , v němž neplatí φ). (1 bod)

$$T = \{p \rightarrow (q \vee r), q \rightarrow s, r \rightarrow t\}, \varphi \text{ je } p \rightarrow (s \vee t).$$

7. Bud' $|\mathbb{P}| = n$, φ formule nad \mathbb{P} , $|M(\varphi)| = m$.
 - (a) Kolik existuje vzájemně neekvivalentních formulí ψ nad \mathbb{P} , pro něž platí $\varphi \leftrightarrow (\varphi \wedge \psi)$?
Stručně zdůvodněte. (1 bod)
 - (b) Kolik existuje vzájemně neekvivalentních teorií T nad \mathbb{P} , pro něž platí, že $T \cup \varphi$ je sporná teorie? Stručně zdůvodněte. (1 bod)
8. Pomocí jednotkové propagace zjistěte, zda je následující Hornův výrok splnitelný. Pokud ano, najděte splňující ohodnocení. (1 bod)

$$(\neg s \vee q) \wedge r \wedge (\neg r \vee \neg s \vee p) \wedge (\neg r \vee s) \wedge (\neg r \vee \neg s \vee \neg p)$$

9. Bud' $\mathbb{P} = \{p\}$. Kolik existuje vzájemně neekvivalentních teorií nad \mathbb{P} ? Stručně zdůvodněte; je-li takových teorií jen konečně mnoho, vypište je (tedy napište pro každou takovou teorii množinu jejích axiomů). (1 bod)