

Výroková a predikátová logika - cvičení 10

1. Pomocí tablo metody dokažte následující formule, či sestrojte na základě nějaké bezesporné dokončené větve kanonický model jako protipříklad. Pro jednoduchost uvažujte, že pracujeme v jazyce bez rovnosti, pokud se symbol $=$ ve formuli nevyskytuje.

- (a) $\exists x \forall y R(x, y) \rightarrow \forall y \exists x R(x, y)$
- (b) $\forall y \exists x R(x, y) \rightarrow \exists x \forall y R(x, y)$
- (c) $x = x$
- (d) $x = y \rightarrow y = x$
- (e) $\forall x P(x) \rightarrow \forall x P(f(x))$
- (f) $\forall x P(f(x)) \rightarrow \forall x P(x)$
- (g) $\forall x (c = f(x)) \rightarrow \forall x (f(f(x)) = c)$
- (h) $\forall x (f(f(x)) = c) \rightarrow \forall x (f(x) = c)$

2. Víme že,

- (a) Všichni vinni lžou.
- (b) Alespoň jeden obviněný je svědek.
- (c) Svědci nelžou.

Tablo metodou dokažte, že ne všichni obvinění jsou vinni.

3. Dokažte větu o konstantách syntakticky, tj. pomocí transformací tabel.
4. Dokažte větu o dedukci syntakticky, tj. pomocí transformací tabel.
5. Pomocí tablo metody dokažte, že $T \vdash \varphi$, či sestrojte na základě nějaké bezesporné dokončené větve kanonický model jako protipříklad. Pro jednoduchost uvažujte, že pracujeme v jazyce bez rovnosti, pokud se symbol $=$ nevyskytuje v žádné z uvedených formulí.

- (a) $T = \{P(c_1), c_1 = c_2\}$, φ je $P(c_2)$
- (b) $T = \{P(f(x))\}$, φ je $P(x)$
- (c) $T = \{\forall x (P(x) \vee Q(x)), \exists x \neg Q(x)\}$, φ je $\exists x P(x)$
- (d) $T = \{\forall x (P(x) \vee Q(x)), \exists x \neg Q(x)\}$, φ je $\forall x P(x)$