Výroková a predikátová logika - cvičení 11

1. Pomocí tablo metody dokažte následující formule, či sestrojte na základě nějaké bezesporné dokončené větve kanonický model jako protipříklad. Pro jednoduchost uvažujte, že pracujeme v jazyce bez rovnosti, pokud se symbol = ve formuli nevyskytuje.
   (a) $\exists x \forall y R(x, y) \rightarrow \forall y \exists x R(x, y)$
   (b) $\forall y \exists x R(x, y) \rightarrow \exists x \forall y R(x, y)$
   (c) $x = x$
   (d) $x = y \rightarrow y = x$
   (e) $\forall x P(x) \rightarrow \forall x P(f(x))$
   (f) $\forall x P(f(x)) \rightarrow \forall x P(x)$
   (g) $\forall x(c = f(x)) \rightarrow \forall x(f(f(x)) = c)$
   (h) $\forall x(f(f(x)) = c) \rightarrow \forall x(f(x) = c)$

2. Víme že,
   (a) Všichni vinni lžou.
   (b) Alespoň jeden obviněný je svědek.
   (c) Svědci nelžou.

   Tablo metodou dokažte, že ne všichni obvinění jsou vinni.

3. Dokažte větu o konstantách syntakticky, tj. pomocí transformací tabel.

4. Dokažte větu o dedukci syntakticky, tj. pomocí transformací tabel.

5. Pomocí tablo metody dokažte, že $T \vdash \varphi$, či sestrojte na základě nějaké bezesporné dokončené větve kanonický model jako protipříklad. Pro jednoduchost uvažujte, že pracujeme v jazyce bez rovnosti, pokud se symbol = nevyskytuje v žádné z uvedených formulí.
   (a) $T = \{P(c_1), c_1 = c_2\}$, φ je $P(c_2)$
   (b) $T = \{P(f(x))\}$, φ je $P(x)$
   (c) $T = \{\forall x(P(x) \vee Q(x)), \exists x \neg Q(x)\}$, φ je $\exists x P(x)$
   (d) $T = \{\forall x(P(x) \vee Q(x)), \exists x \neg Q(x)\}$, φ je $\forall x P(x)$

6. Převeďte následující formule do prenexního normálního tvaru, následně nalezněte Skolemovu variantu jeho (onoho normálního tvaru) generálního uzávěru.
   (a) $\forall x P(x, f(y)) \wedge \exists y Q(x, f(y))$
   (b) $(\forall x P(x, y) \wedge Q(y, z)) \rightarrow \forall z R(z, x)$
   (c) $\forall x Q(x, y) \leftrightarrow \exists y R(y, x)$

7. Rozhodněte, zda je následující množina klauzulí zamítnutelná rezolucí. Pokud ano, znázorněte zamítnutí rezolučním stromem, zapište vždy použitou substituci.
   (a) $\{\{P(x), \neg P(x)\}\}$
   (b) $\{\{P(x, c)\}\{\neg P(c, c), R(x, y), R(x, x)\}\{\neg R(c, c), \neg R(c, z)\}\}$

8. Formalizujte následující tvrzení:
   (a) Každý holič holí každého, kdo se neholí sám.
   (b) Žádný holič neholí někoho, kdo se holí sám.

   Dokažte pomocí rezoluce, že žádný holič neexistuje.