Výroková a predikátová logika - test 2, var. A, 4. 1. 2016
(13 bodů, 60 minut)

1. Je dána sentence $(\exists x P(x) \wedge \forall y Q(y)) \rightarrow \forall x R(x)$. (Pozor na závorky!)
   (a) Pomocí ekvivalentních úprav ji převeďte do prenexní normální formy. (2 body)
   (b) Zapište Skolemovu variantu takto získané (tj. prenexované) formule. (1 bod)

2. Pro danou teorii T a formuli φ pomocí tablo metody ověřte, zda $T \vdash \varphi$. Pokud vztah platí, zapište příslušný tablo důkaz. Pokud ne, sestrojte na základě dokončeného tabla s bezespornou větví kanonický model (příslušnou větev vhodně označte). Pro jednoduchost pracujte v jazyce bez rovnosti. (P, Q, R jsou relační symboly příslušné arity, f je unární funkce, x, y proměnné.)
   (a) $T = \{\forall x \exists y (P(x,y) \rightarrow Q(x,y)), \exists x \forall y (P(x,y) \wedge \neg Q(x,y)\}$, φ je $\forall x R(x)$. (2 body)
   (b) $T = \{\forall x (P(f(x)) \vee Q(f(x))), \exists x \neg P(f(x))\}$, φ je $\exists x \neg Q(f(x))$. (3 body)

3. Existuje struktura $\mathcal{A}$ pro jazyk s jedním unárním relačním symbolem P a dvěma konstantními symboly c_1, c_2, pro níž platí následující? Pokud ano, udejte takovou strukturu. Pokud ne, zdůvodněte. (x, y jsou proměnné.)
   (a) $\mathcal{A} \models P(x)$ a zároveň $\mathcal{A} \models \neg P(y)$. (1 bod)
   (b) $\mathcal{A} \not\models x = c_1$ a zároveň $\mathcal{A} \not\models y = c_2$. (1 bod)

4. Větu na centrovaném řádku zapište jako formuli predikátové logiky prvního řádu. Z mimologických symbolů máte k dispozici pouze unární relační symboly C, R, P, a binární relační symbol S, kde $C(x)$, $R(x)$, $S(x,y)$, $P(x)$ postupně čteme jako *x je cvičící, x má radost, x je studentem y, x získá v testu plný počet bodů*.

   Existuje cvičící, který má radost, jestliže všichni jeho studenti získají v testu plný počet bodů. (1 bod)

5. Odvoďte, je-li to možné, z následující množiny klauzulí pomocí rezoluce prázdnou klauzuli. Odvození znázorněte rezolučním stromem, pro každé použití rezolučního pravidla uveďte použitou unifikaci(substituci). Není-li možné prázdnou klauzuli odvodit, zdůvodněte proč. (P, R jsou unární relační symboly, f je unární funkční symbol, c je konstanta, x, y proměnné.)

   $$\{\{P(x), R(c)\}, \{\neg P(f(c)), R(c)\}, \{\neg R(x), \neg R(y)\}\}$$ (2 body)