Výroková a predikátová logika - test 2, var. B, 4. 1. 2016
(13 bodů, 60 minut)

1. Je dána sentence $\forall x R(x) \rightarrow (\exists y P(y) \vee \forall x Q(x))$. (Pozor na závorky!)
   (a) Pomocí ekvivalentních úprav ji převeďte do prenexní normální formy. (2 body)
   (b) Zapište Skolemovu variantu takto získané (tj. prenexované) formule. (1 bod)

2. Pro danou teorii T a formuli φ pomocí tablo metody ověřte, zda $T \vdash \varphi$. Pokud vztah platí, zapište příslušný tablo důkaz. Pokud ne, sestrojte na základě dokončeného tabla s bezespornou větví kanonický model (příslušnou větev vhodně označte). Pro jednoduchost pracujte v jazyce bez rovnosti. (P, Q, R jsou relační symboly příslušné arity, f je unární funkce, x, y proměnné.)
   (a) $T = \{\forall x(\exists y P(x,y) \rightarrow \exists y Q(x,y)), \exists x(\exists y P(x,y) \wedge \forall y \neg Q(x,y))\}$, φ je $\forall x R(x)$. (2 body)
   (b) $T = \{\forall x(P(x) \rightarrow P(f(x))), \forall x P(f(x))\}$, φ je $\forall x P(x)$. (3 body)

3. Existuje struktura $\mathcal{A}$ pro jazyk s jedním unárním relačním symbolem P a dvěma konstantními symboly c_1, c_2, pro níž platí následující? Pokud ano, udejte takovou strukturu. Pokud ne, zdůvodněte. (x, y jsou proměnné.)
   (a) $\mathcal{A} \not\models P(x)$ a zároveň $\mathcal{A} \not\models \neg P(y)$. (1 bod)
   (b) $\mathcal{A} \models x = c_1$ a zároveň $\mathcal{A} \models y = c_2$. (1 bod)

4. Větu na centrovaném řádku zapište jako formuli predikátové logiky prvního řádu. Z mimologických symbolů máte k dispozici pouze unární relační symboly C, R, P a binární relační symbol S, kde $C(x)$, $R(x)$, $S(x,y)$, $P(x)$ postupně čteme jako *x je cvičící, x má radost, x je studentem y, x získá v testu plný počet bodů.*

   Každý cvičící má radost, jestliže některý jeho student získá v testu plný počet bodů. (1 bod)

5. Odvoďte, je-li to možné, z následující množiny klauzulí pomocí rezoluce prázdnou klauzuli. Odvození znázorněte rezolučním stromem, pro každé použití rezolučního pravidla uveďte použitou unifikaci(substituci). Není-li možné prázdnou klauzuli odvodit, zdůvodněte proč. (P, R jsou unární relační symboly, f je unární funkční symbol, c je konstanta, x, y proměnné.)

$$\{\{P(x), R(x)\}, \{\neg P(y), R(y)\}, \{\neg R(f(c)), \neg R(f(x))\}\} \text{ (2 body)}$$