Výroková a predikátová logika - cvičení

1. Jsou dána následující tvrzení:

   - Každý má rád svého či Karlova plyšáka.
   - Ne všichni mají rádi něco zeleného.
   - Karlův plyšák je zelený.

   Pro jednoduchost předpokládejme, že každý má právě jednoho plyšáka, tedy můžeme pracovat s funkcí $p(x)$, která označuje plyšáka patřícího x. Pomocí rezoluce odvoďte, že někdo má rád svého nezeleného plyšáka.

2. Buď T teorie s jedním axiomem $\exists x \exists y (x \neq y)$. Pro T' rozhodněte, zda je extenzí T. Pokud ano, je jednoduchá/konzervativní?

   (a) $T' = \{\exists x \exists y \exists z (x \neq y \wedge y \neq z \wedge x \neq z)\}$
   (b) $T' = \{c_1 \neq c_2 \wedge c_2 \neq c_3 \wedge c_1 \neq c_3\}$
   (c) $T' = \{\forall x (f(x) = x)\}$
   (d) $T' = \{\forall x \neg (f(x) = x)\}$

3. Určete izomorfní spektrum teorie s jedním axiomem $(x = c_1 \vee x = c_2 \vee x = c_3)$.

4. Uveďte příklad definovatelné/nedefinovatelné množiny ve struktuře $\langle \mathbb{R}, +, \cdot \rangle$.

5. Uveďte příklad definovatelné množiny ve struktuře $\langle \mathbb{N}, 0, 1, +, \cdot, \leq \rangle$. Existuje podmnožina $\mathbb{N}$ nedefinovatelná v této struktuře?

6. Buď T teorie s jedním axiomem $\exists x \exists y (x \neq y)$. Je T otevřeně axiomatizovatelná? Má T konzervativní extenzi, která je otevřeně axiomatizovatelná?

7. Mějme jazyk s nekonečně mnoha konstantními symboly c_i, $i \in \mathbb{N}$. Buď $T = \{c_i \neq c_j, i \neq j\}$. Je T konečně axiomatizovatelná?