

Výroková a predikátová logika - test 2, var. A, 6. 1. 2017

(11 bodů, 55 minut)

1. Pro danou teorii T a formuli φ pomocí tablo metody ověřte, zda $T \vdash \varphi$. Pokud vztah platí, запиšte příslušný tablo důkaz. Pokud ne, sestrojte na základě dokončeného tabla s bezespornou větví kanonický model (příslušnou větev vhodně označte). Pro jednoduchost pracujte v jazyce bez rovnosti. (P, Q jsou relační symboly příslušné arity, f je unární funkce, x, y proměnné.)

(a) $T = \{\forall x(\exists yP(x, y) \rightarrow Q(f(x))), \exists xP(x, x)\}$, φ je $\exists xQ(x)$. (2 body)

(b) $T = \{\forall x(P(x) \rightarrow P(f(x)))\}$, φ je $\forall xP(f(f(x)))$. (3 body)

2. Existuje struktura \mathcal{A} pro jazyk s jedním binárním relačním symbolem P a jedním konstantním symbolem c , pro niž platí následující? Pokud ano, udejte takovou strukturu. Pokud ne, zdůvodněte. (x, y jsou proměnné.)

(a) $\mathcal{A} \models x \neq y \rightarrow c \neq c$. (1,5 bodu)

(b) $\mathcal{A} \models \neg P(y, c)$ a zároveň $\mathcal{A} \models \forall x \exists y P(y, x)$. (1,5 bodu)

3. Větu na centrovaném řádku запиšte jako formuli predikátové logiky prvního řádu. Z mimologických symbolů máte k dispozici pouze unární relační symboly C, S , binární relační symbol M a konstantní symbol mat kde $C(x), S(x), M(x, y), mat$ postupně čteme jako x je člověk, x studuje Matfyz, x má rád y , matematika.

Všichni lidé mají rádi matematiku, ale někteří (lidé) nestudují Matfyz. (1 bod)

4. Buď \mathcal{A} struktura pro jazyk s jedním unárním funkčním symbolem f a jedním konstantním symbolem c . Je dáno její univerzum $A = \{0, 1, 2, 3\}$ a realizace symbolů z jazyka $c^A = 0$, $f^A = \{ \langle 0, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 0 \rangle, \langle 3, 1 \rangle \}$. \mathcal{B} je nejmenší podstruktura \mathcal{A} .

(a) Zadejte univerzum B struktury \mathcal{B} . (1 bod)

(b) Rozhodněte, zda jsou struktury \mathcal{A}, \mathcal{B} elementárně ekvivalentní. Zdůvodněte. (1 bod)