Výroková a predikátová logika - opravný test, 18. 1. 2017
(12 bodů)

1. Zapište výrokovou formuli reprezentující následující Booleovskou funkci

   (a) v CNF, (1 bod)

   (b) v DNF. (1 bod)

p	q	$f(p,q)$
1	1	0
1	0	1
0	1	0
0	0	1

2. Buď $\mathbb{P} = \{p, q, r\}$ množina prvovýroků.

   (a) Kolik výrokových ohodnocení existuje nad $\mathbb{P}$? (1 bod)

   (b) Kolik existuje vzájemně neekvivalentních výrokových formulí nad $\mathbb{P}$? (1 bod)

   (c) Kolik existuje vzájemně neekvivalentních výrokových teorií nad $\mathbb{P}$? (1 bod)

3. Pro danou teorii T a formuli φ pomocí tablo metody ověřte, zda $T \vdash \varphi$. Pokud vztah platí, zapište příslušný tablo důkaz. Pokud ne, sestrojte na základě dokončeného tabla s bezespornou větví kanonický model (příslušnou větev vhodně označte). Pro jednoduchost pracujte v jazyce bez rovnosti. (P je binární relační symbol, x, y, z proměnné.)

   (a) $T = \{\exists x(\forall y \exists z P(y,z) \rightarrow P(x,x)), \forall x \exists y P(x,y)\}$, φ je $\exists x P(x,x)$. (2 body)

4. Existuje struktura $\mathcal{A}$ pro jazyk s jedním unárním relačním symbolem P, jedním konstantním symbolem c a jednou unární funkcí f, pro niž platí následující? Pokud ano, udejte takovou strukturu. Pokud ne, zdůvodněte. (x je proměnná.)

   (a) $\mathcal{A} \models x \neq f(f(x)) \wedge x \neq f(f(f(x))) \wedge x = f(f(f(f(x))))$. (1,5 bodu)

   (b) $\mathcal{A} \models \exists x P(x) \wedge \exists x \neg P(x)$ a zároveň $\mathcal{A} \models x = c$. (1,5 bodu)

5. Větu na centrovaném řádku zapište jako formuli predikátové logiky prvního řádu. Z mimologických symbolů máte k dispozici pouze unární relační symboly C, S a binární relační symbol N, kde $C(x)$, $S(x)$, $N(x,y)$, postupně čteme jako *x je člověk*, *x je světový stát*, *x navštívil y*. (1 bod)

   Nějaký člověk navštívil všechny světové státy.

6. Buďte $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ struktury pro jazyk s jedním unárním relačním symbolem P. Je dáno jejich univerzum $A = B = \{0,1,2,3\}$ a realizace relačního symbolu $P^A = \{0,1\}$, $P^B = \{0,1,2\}$. Jsou struktury $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ elementárně ekvivalentní? Zdůvodněte. (1 bod)