

## Výroková a predikátová logika - cvičení 2

1. Uvažujme úplný binární strom (hloubky  $\omega$ ). Kolik vrcholů úrovně  $n$  obsahuje? Kolik vrcholů obsahuje? Kolik větví obsahuje?
2. Zapište/zakreslete vytvářející strom formule  $(\neg p \wedge q) \rightarrow (\neg(p \wedge q))$ .
3. Bud'  $\mathbb{P}$  množina prvovýroků. Definujte indukcí (dle složitosti formule) funkci  $f : VF_{\mathbb{P}} \rightarrow \mathbb{N}$  takovou, že  $f(\varphi)$  je rovno počtu výskytů prvovýroků z  $\mathbb{P}$  ve  $\varphi$ . Je možné definovat induktivně funkci přiřazující formuli počet v ní se vyskytujících prvovýroků?
4. Zapište v CNF (resp. DNF) formuli reprezentující následující Booleovskou funkci  $f$ :

$p$	$q$	$r$	$f(p, q, r)$
1	1	1	1
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	1

5. Rozhodněte, které z následujících množin spojek jsou univerzální:  $\{\wedge, \vee, \neg\}$ ,  $\{\downarrow\}$ ,  $\{\uparrow\}^1$ ,  $\{\wedge, \vee, \neg, \rightarrow\}$ .
6. Převeďte následující formule do CNF a DNF dvěma metodami: určením modelů (tabulkou) a ekvivalentními úpravami (přepisem).
  - (a)  $(\neg p \vee q) \rightarrow (\neg q \vee r)$ ,
  - (b)  $(\neg p \rightarrow (\neg q \rightarrow r)) \rightarrow p$ ,
  - (c)  $((p \rightarrow \neg q) \rightarrow \neg r) \rightarrow \neg p$ .

---

<sup>1</sup>↑ – Piercova šipka, NOR; ↓ – Shefferova šipka, NAND