Výroková a predikátová logika - cvičení 4

1. Pomocí implikačního grafu zjistěte, zda je následující výrok v 2-CNF splnitelný. Pokud ano, nalezněte splňující ohodnocení.

$$(p \vee \neg q) \wedge (q \vee \neg r) \wedge (r \vee \neg p) \wedge (\neg s \vee q) \wedge (s \vee r)$$

2. Zjistěte za použití jednotkové propagace, zda je následující Hornův výrok splnitelný. Pokud ano, najděte splňující ohodnocení.

$$(\neg p_1 \vee \neg p_3 \vee p_2) \wedge (\neg p_1 \vee p_2) \wedge p_1 \wedge (\neg p_1 \vee \neg p_2 \vee p_3) \wedge (\neg p_2 \vee \neg p_4 \vee p_1) \wedge (p_4 \vee \neg p_3 \vee \neg p_2) \wedge (\neg p_4 \vee p_5)$$

3. Buď $|\mathbb{P}| = n$, $\varphi \in \mathtt{VF}_{\mathbb{P}}$, $|M(\varphi)| = m$.

   (a) Kolik je neekvivalentních výroků takových, že $\varphi \vDash \psi$ nebo $\psi \vDash \varphi$?

   (b) V kolika neekvivalentních (resp. neekviv. kompletních) teoriích nad $\mathbb{P}$ platí φ?

   (c) Kolik je neekvivalentních teorií T nad $\mathbb{P}$ takových, že $T \cup \{\varphi\}$ je bezesporná?

   (d) Buď navíc $\{\varphi, \psi\}$ sporná a $|M(\psi)| = p$. Kolik je neekvivalentních výroků χ takových, že $\varphi \vee \psi \vDash \chi$? V kolika neekvivalentních teoriích platí $\varphi \vee \psi$?

4. Formulujte ekvivalenty následujících vlastností/vztahů teorií pomocí vlastností/vztahů množin jejich modelů.

   (a) Teorie je sporná.

   (b) Teorie je kompletní.

   (c) Teorie T je jednoduchou extenzí teorie S.

   (d) Teorie T je konzervativní extenzí teorie S.

5. Pomocí tablo metody dokažte následující výroky.

   (a) $p \to (q \to p)$,

   (b) $p \leftrightarrow \neg\neg p$,

   (c) $\neg(p \vee q) \leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$,

   (d) $(p \to q) \leftrightarrow (\neg q \to \neg p)$,

   (e) $(p \to (q \to r)) \to ((p \to q) \to (p \to r))$.

6. Pomocí tablo metody nalezněte všechny modely následujících teorií.

   (a) $\{(\neg p \vee q) \to (\neg q \wedge r)\}$,

   (b) $\{\neg q \to (\neg p \vee q); \neg p \to q; r \to q\}$,

   (c) $\{q \to p; r \to q; (r \to p) \to s\}$.