

## Cvičení z automatů a gramatik - 10

24. dubna 2025

### Probrané příklady

1. Sestrojte bezkontextovou gramatiku generující jazyk přijímaný následujícím automatem (s jedním stavem) prázdným zásobníkem. Jak se řeší situace, pokud má automat více stavů?

$$(p, \lambda, Z) \rightarrow \{(p, AB), (p, \lambda)\}$$

$$(p, a, A) \rightarrow \{(p, AB), (p, B)\}$$

$$(p, b, B) \rightarrow (p, \lambda)$$

2. Deterministické zásobníkové automaty: definice, bezprefixové a deterministické bezkontextové jazyky, vztah mezi nimi.

- (a) Lze každý bezkontextový jazyk rozpoznávat deterministicky?
- (b) Může být podstatně nejednoznačný jazyk deterministický?
- (c) Který z převodů mezi automaty přijímající koncovým stavem/prázdným zásobníkem zachovává determinismus?
- (d) Jaká podmínka si vynucuje nedeterminismus při přijímání prázdným zásobníkem?

3. Vztahy mezi třídami bezprefixových/deterministických/nedeterministických bezkontextových a regulárních jazyků. Zařaďte následující jazyky do uvedených tříd.

- (a)  $L = \{w\#w^R; w \in \{a, b\}^+\}$ ,

- (b)  $L = \{w\#w^R u; w \in \{a, b\}^+, u \in \{a\}^*\}$ ,

- (c)  $L = \{ww^R; w \in \{a, b\}^+\}$ .

4. Turingovy stroje.

- (a) Představme si, že  $n \geq 1$  lidí stojí v kruhu a postupně je z něj každý druhý vyřazen (počínaje 2), až v kruhu zůstane poslední. Označme  $J(n)$  číslo posledního (tzv. Josefovo číslo), např.  $J(5) = 3$ . Sestrojte Turingův stroj, který na pásce dostane  $n$  a spočítá  $J(n)$  (i) při unárním (ii) binárním kódování. (rozb. DÚ)
- (b) Sestrojte TS, který obrátí vstupní slovo nad abecedou  $\{0, 1\}$ .

### Domácí úkol

Vyberte si jeden z následujících příkladů (oba za 2b).

1. Nechť  $h : \{0, 1\}^* \rightarrow \{0, 1\}^*$  je (Turingovsky vyčíslitelná) permutace. Ukažte, že jazyk  $\{w \in \{0, 1\}^* \mid M_{h(w)} \text{ přijme vstup } w\}$  je rekurzivně spočetný, ale není rekurzivní.
2. Ukažte, že jazyk  $\{w \in \{0, 1\}^* \mid M_w \text{ přijme nějaký vstup } u\}$  je rekurzivně spočetný, ale není rekurzivní.