

## Cvičení z automatů a gramatik - 11

15. května 2025

### Probrané příklady

1. Modifikace Turingových strojů. Ukažte (stačí idea), jak simulovat standardní TS na
  - (a) TS s jednostrannou páskou,
  - (b) zásobníkovém automatu se dvěma zásobníky,
  - (c) TS s jediným symbolem v abecedě (kromě blanku),
  - (d) TS se dvěma (aktivními) stavy,
  - (e) vícepáskový TS na standardním TS.
2. Rekurzivní a rekurzivně spočetné jazyky, alg. rozhodnutelné a rozpoznatelné jazyky,  $m$ -převoditelnost. Ukažte, že následující jazyky jsou rekurzivně spočetné, ale nejsou rekurzivní.
  - (a)  $L = \{ \langle M, w \rangle \mid M \text{ se zastaví na vstupu } w \}$  (halting problem),
  - (b)  $L = \{ \langle M, w \rangle \mid M \text{ přijme vstup } w \}$  (univerzální jazyk),
  - (c)  $L = \{ w \mid M_w \text{ se zastaví na vstupu } w \}$  (diagonální jazyk),
  - (d)  $L = \{ w \mid M_{h(w)} \text{ přijme vstup } w \}$ , kde  $h : \{0, 1\}^* \rightarrow \{0, 1\}^*$  je (Turingovsky vyčíslitelná) permutace. (rozbor DÚ)
  - (e)  $L = \{ w \mid M_w \text{ přijme nějaký vstup } u \}$ . (rozbor DÚ, nestihnuto)
3. NP-úplné problémy, polynomiální převoditelnost. Dokažte, že následující problémy jsou NP-úplné. Je dán (neorientovaný) graf  $G$  a přirozené číslo  $k \geq 1$ .
  - (a) **KLIKA**: Má  $G$  úplný podgraf velikosti  $k$ ? (převodem ze SAT)
  - (b) **NEZ**: Má  $G$  nezávislou množinu velikosti  $k$ ? (převodem z KLIKA)
  - (c) **VP**: Má  $G$  vrcholové pokrytí velikosti  $k$ ? (převodem z NEZ)
  - (d) **DOM**: Má  $G$  dominující množinu velikosti  $k$ ? (převodem z VP)
4. Víme, že problém existence Hamiltonské kružnice (HC) v daném neorientovaném grafu je NP-úplný. Dokažte (převodem z HC), že následující problémy jsou NP-úplné.
  - (a) **DHC**: Je dán orientovaný graf  $G$ . Má  $G$  orientovanou Hamiltonskou kružnici?
  - (b) **HP**: Je dán (neorientovaný) graf  $G$ . Má  $G$  Hamiltonskou cestu?
  - (c) **HP+**: Je dán (neorientovaný) graf  $G$  a dva vrcholy  $s, t$ . Má  $G$  Hamiltonskou cestu mezi  $s$  a  $t$ ?