

## Cvičení z automatů a gramatik - 10

22. dubna a 24. dubna 2015

### Probrané příklady

1. Neterminál je *zbytečný*, pokud z něj nelze odvodit žádné terminální slovo. Neterminál je *nedosažitelný*, pokud se nevyskytuje v žádném řetězci odvoditelném z  $S$ . Bezkontextová gramatika je *redukováná*, pokud neobsahuje žádný zbytečný ani nedosažitelný neterminál.
  - (a) Nalezněte příklad gramatiky, ve které je nějaký nezbytečný neterminál dosažitelný pouze *přes* zbytečné neterminály.
  - (b) Které neterminály je při redukci třeba odstranit dříve, zbytečné nebo nedosažitelné?
  - (c) Může se odstraněním nedosažitelných neterminálů z nějakého (dosažitelného) nezbytečného terminálu stát zbytečný?
  - (d) Zredukujte následující gramatiky.

$$\begin{array}{ll} S \rightarrow aSb \mid aAbb \mid \lambda & S \rightarrow aA \mid bB \mid aSa \mid bSb \mid \lambda \\ A \rightarrow aAB \mid bB & A \rightarrow bCD \mid DbA \\ B \rightarrow aAb \mid BB & B \rightarrow Bb \mid AC \\ C \rightarrow CC \mid cS & C \rightarrow aA \mid c \\ & D \rightarrow DE \\ & E \rightarrow \lambda \end{array}$$

2. Derivační stromy bezkontextových gramatik, levá/pravá derivace, jednoznačnost gramatiky, (podstatná) nejednoznačnost jazyka.
  - (a) Jak vypadají derivační stromy u lineárních/(pravých lineárních) gramatik?
  - (b) Nalezněte příklad bezkontextové/pravé lineární gramatiky, ve které k nějakému slovu existuje nekonečně mnoho derivačních stromů.
  - (c) Má v jednoznačné gramatice každé slovo jednoznačnou derivaci? Čím se mohou lišit?
  - (d) Uveďte příklad podstatně nejednoznačného bezkontextového jazyka.
3. Mějme následující gramatiku.

$$\begin{array}{l} S \rightarrow bA \mid aB \\ A \rightarrow a \mid aS \mid bAA \\ B \rightarrow b \mid bS \mid aBB \end{array}$$

- (a) Zjistěte, jaký generuje jazyk.
  - (b) Je tato gramatika jednoznačná? Nalezněte protipříklad.
  - (c) Je její jazyk postatně nejednoznačný?
4. Následující gramatiky převed'te do Chomského normálního tvaru. Zamyslete se, jak rozdělit *dlouhá* pravidla, aby počet nových neterminálů byl co nejmenší.

$$\begin{array}{ll} S \rightarrow A \mid 0SA \mid \lambda & S \rightarrow 0A10B11 \\ A \rightarrow 1A \mid 1 \mid B & A \rightarrow 0A1 \mid C \mid \lambda \\ B \rightarrow 0B \mid 0 \mid \lambda & B \rightarrow 0B11 \mid \lambda \\ & C \rightarrow 00A11 \mid \lambda \end{array}$$

5. Pumping lemma pro bezkontextové jazyky: znění, idea důkazu, velikost konstant  $p, q$ . Uveďte příklad jazyka, který lze bezkontextově pumpovat a přitom není bezkontextový. Dokažte či vyvráťte, že následující jazyky jsou bezkontextové.

(a)  $L = \{0^n 1^m 0^n; 0 \leq m \leq n\}$

(b)  $L = \{0^n 1^m 0^n; 0 \leq n \leq m\}$

(c)  $L = \{ww; w \in \{0, 1\}^*\}$

(d)  $L = \{a^{2^i}; i \geq 0\}$

### Domácí úkol

6. Nalezněte jednoznačnou bezkontextovou gramatiku pro jazyk z příkladu 3. Dokažte její jednoznačnost.

### Poznámka

Ve středu 29.4. a v pátek 15.5. se bude psát druhý test. Mezi 30.4. a 14.5. cvičení odpadají (státní svátky, rektorský den, služební cesta).