Cvičení z automatů a gramatik - 9

25. a 26. dubna 2019

Probrané příklady

1. Lineární gramatiky a pumping lemma pro lineární jazyky.
   (a) Formulujte pumping lemma pro lineární jazyky.
   (b) Dokažte ho pomocí odvození (redukovanou) lineární gramatikou.
   (c) Ukažte, že jazyk $L = \{w \in \{a,b\}^*;\ |w|_a = 2|w|_b\}$ není lineární.

2. Neterminál je *negenerující*, pokud z něj nelze odvodit žádné terminální slovo. Neterminál je *nedosažitelný*, pokud se nevyskytuje v žádném řetězci odvoditelném z S. Bezkontextová gramatika je *redukovaná*, pokud neobsahuje žádný negenerující ani nedosažitelný neterminál.
   (a) Nalezněte příklad gramatiky, ve které je nějaký generující neterminál dosažitelný pouze *přes* negenerující neterminály.
   (b) Které neterminály je při redukci třeba odstranit dříve, negenerující nebo nedosažitelné?
   (c) Může se odstraněním nedosažitelných neterminálů z nějakého (dosažitelného) generujícího terminálu stát negenerující?
   (d) Zredukujte následující gramatiky.

$$\begin{aligned} S &\to aSb \mid aAbb \mid \lambda \\ A &\to aAB \mid bB \\ B &\to aAb \mid BB \\ C &\to CC \mid cS \end{aligned} \qquad \begin{aligned} S &\to aA \mid bB \mid aSa \mid bSb \mid \lambda \\ A &\to bCD \mid Dba \\ B &\to Bb \mid AC \\ C &\to aA \mid c \\ D &\to DE \\ E &\to \lambda \end{aligned}$$

3. Následující gramatiky převeďte do Chomského normálního tvaru. Zamyslete se, jak rozdělit *dlouhá* pravidla, aby počet nových neterminálů byl co nejmenší.

$$\begin{aligned} S &\to A \mid 0SA \mid \lambda \\ A &\to 1A \mid 1 \mid B \\ B &\to 0B \mid 0 \mid \lambda \end{aligned} \qquad \begin{aligned} S &\to 0A10B11 \\ A &\to 0A1 \mid C \mid \lambda \\ B &\to 0B11 \mid \lambda \\ C &\to 00A11 \mid \lambda \end{aligned}$$

4. Pumping lemma pro bezkontextové jazyky: znění, idea důkazu. Dokažte či vyvraťte, že následující jazyky jsou bezkontextové.
   (a) $L = \{0^n1^m0^n;\ 0 \le m \le n\}$
   (b) $L = \{0^n1^m0^n;\ 0 \le n \le m\}$
   (c) $L = \{ww;\ w \in \{0,1\}^*\}$

Domácí úkol

Vyberte si jeden z následujících úkolů (za 1 bod)

5. Dokažte, že každou bezkontextovou gramatiku lze převézt (až na λ) ekvivalentní gramatiku s pravidly pouze následujícího typu, kde $a \in T$ a $A, B, C \in V$.
   (a) $A \to a$

(b) $A \to aB$

(c) $A \to aBC$

6. Dokažte, že každou bezkontextovou gramatiku lze převézt (až na λ) ekvivalentní gramatiku s pravidly pouze následujícího typu, kde $a, b \in T$ a $W \in V^*$.

   (a) $A \to a$

   (b) $A \to aWb$