

## Cvičení z automatů a gramatik - 1

18. a 19. února 2020

### Podmínky na zápočet

Dostatečný součet bodů získaných za testy (2 během semestru), zápočtovou písemku, domácí úkoly, aktivitu na cvičeních.

### Probrané příklady

- Formální definice: konečný automat, tranzitivní rozšíření přechodové funkce, přijímané slovo, rozpoznávaný jazyk, třída regulárních jazyků.
  - Jakou výpočetní sílu mají (ne)konečné automaty s nekonečně (spočetně) mnoha stavy?
  - Jakou výpočetní sílu mají (ne)konečné automaty s nekonečnou (spočetnou) abecedou?
- Nechť binární slova kódují průběh tenisového zápasu, přičemž 0 a 1 reprezentují, že první resp. druhý hráč získal bod. Sestrojte konečný automat (s co nejmenší množinou stavů), který přijímá právě slova kódující hru vyhranou prvním hráčem.
- Sestrojte konečný automat (s co nejmenší množinou stavů) rozpoznávající jazyk
  - $L = \{w \in \{0, 1\}^*; |w|_0 = 2i \text{ a } |w|_1 = 3j \text{ pro nějaká } i, j \in \mathbb{N}\}$
  - $L = \{w \in \{0, 1\}^*; w \text{ je binární zápis čísla dělitelného } 7\}$
  - $L = \{w \in \{a, b, r\}^*; w \text{ končí na } ara, bar, arab, \text{ nebo } baraba\}$ , viz Aho-Corasick (ADS)
- Zjistěte, jaký jazyk přijímá následující automat.

	0	1
$\Rightarrow p$	p	q
q	p	r
$\Leftarrow r$	p	r

- Iterační (pumping) lemma: znění, význam, idea důkazu.
  - Jak souvisí  $n$  z lemmatu a počet stavů automatu rozpoznávající daný jazyk?
  - Můžeme podmínku  $|xy| \leq n$  nahradit za  $|yz| \leq n$ ? (Tedy iterovat *blízko konce*?)
  - Můžeme iterovat *blízko* předem zvoleného místa? Jak zformulovat takové zesílení?
  - Můžeme iterovat slova, která nejsou z jazyka  $L$  a získat opět slova mimo  $L$ ?
  - Určete, které jazyky nejsou regulární, a dokažte to pomocí pumping lemma.
    - $L = \{0^i 1^j; i \leq j\}$
    - $L = \{0^i 1^j; i \geq j\}$
    - $L = \{0^i 1^j; i \leq j \leq k\}$  pro pevné  $k$
    - $L = \{ww; w \in \{0, 1\}^*\}$

### Domácí úkol

Určete, které jazyky nejsou regulární, a dokažte to pomocí pumping lemma, případně sestrojte příslušný konečný automat, pokud je jazyk regulární.

- $L = \{a^{2^n}; n \in \mathbb{N}\}$
- $L = \{a^{n^2}; n \in \mathbb{N}\}$
- $L = \{a^{2^n}; n \in \mathbb{N}\}$