

## Cvičení z automatů a gramatik - 2

3. března (částečně i 25. února) a 4. března 2020

### Probrané příklady

1. Myhill-Nerodova věta: znění, význam. Dokažte, či vyvráťte pomocí této věty, že následující jazyky jsou regulární.

(a)  $L = \{0^i 1^j; i \leq j\}$

(b)  $L = \{0^i 1^j; i \geq j\}$

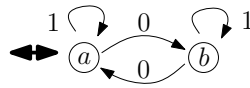
(c)  $L = \{ww^R; w \in \{0, 1\}^*\}$

(d)  $L = \{a^{2^n}; n \in \mathbb{N}\}$

2. Homomorfismy automatů: definice, zachování přijímaného jazyka.

(a) Řekneme, že  $A$  je *homomorfní na*  $B$ , pokud existuje (automatový) homomorfismus  $h : Q_A \rightarrow Q_B$ . Je tato relace reflexivní, symetrická, tranzitivní ?

(b) Uvažme následující konečný automat  $C$ . Nalezněte konečné automaty  $A, B$  homomorfní na  $C$  (a přitom neizomorfní s  $C$ ) takové, že  $A$  není homomorfní na  $B$  a zároveň  $B$  není homomorfní na  $A$ .



3. Ekvivalence stavů  $\sim$ , ekvivalence po  $i$ -krocích  $\sim_i$ : definice, vztah mezi  $\sim_i$  a  $\sim_{i+1}$ .

(a) Jak vypadají rozkladové třídy  $Q / \sim_i$ ? Pro jaké  $i$  platí  $\forall p, q \in Q: p \sim q \Leftrightarrow p \sim_i q$ ? Existuje konečný automat, u kterého je takové minimální  $i = n - 1$ , kde  $n = |Q|$ ?

(b) Určete všechny ekvivalentní stavy v následujících konečných automatech.

(c) Jaké je nejkratší slovo odlišující stavy 3 a 5? Určete všechna taková slova.

A:	a	b
$\leftrightarrow 0$	1	2
1	3	0
2	4	5
3	0	2
4	2	5
5	0	3

B:	a	b
$\leftrightarrow 0$	0	5
1	1	3
2	2	7
3	3	2
$\leftarrow 4$	6	1
5	5	1
$\leftarrow 6$	4	2
7	7	0

C:	a	b
$\rightarrow 1$	2	3
2	2	4
$\leftarrow 3$	3	5
4	2	7
$\leftarrow 5$	6	3
$\leftarrow 6$	6	6
7	7	4
8	2	3
9	9	4

### Domácí úkol

- Dokažte pomocí M.-N. věty, že jazyk  $L = \{a^p; p \text{ je prvočíslo}\}$  není regulární. (1 bod, nyní pouze pro středěční skupinu)
- Pro každé  $n \geq 3$  nalezněte  $n$ -stavový automat, jehož stavová ekvivalence je stavovou ekvivalencí po  $n - 2$  krocích a přitom ne po  $n - 3$  krocích. (1 bod)