

Cvičení z automatů a gramatik - 9

21. a 22. dubna 2020

Probrané příklady

1. Lineární gramatiky a pumping lemma pro lineární jazyky.
 - (a) Formulujte pumping lemma pro lineární jazyky.
 - (b) Dokažte ho pomocí odvození (redukovanou) lineární gramatikou.
 - (c) Ukažte, že jazyk $L = \{w \in \{a, b\}^*; |w|_a = 2|w|_b\}$ není lineární.
2. Derivační stromy bezkontextových gramatik, levá/pravá derivace, jednoznačnost gramatiky.
Uvažme následující bezkontextovou gramatiku.

$$\begin{aligned} S &\rightarrow bA \mid aB \\ A &\rightarrow a \mid aS \mid bAA \\ B &\rightarrow b \mid bS \mid aBB \end{aligned}$$

- (a) Jaký jazyk generuje?
- (b) Ukažte, že tato gramatika není jednoznačná.
3. Neterminál je *negenerující*, pokud z něj nelze odvodit žádné terminální slovo. Neterminál je *nedosažitelný*, pokud se nevyskytuje v žádném řetězci odvoditelném z S . Bezkontextová gramatika je *redukovaná*, pokud neobsahuje žádný negenerující ani nedosažitelný neterminál.
 - (a) Nalezněte příklad gramatiky, ve které je nějaký generující neterminál dosažitelný pouze přes negenerující neterminály.
 - (b) Které neterminály je při redukci třeba odstranit dříve, negenerující nebo nedosažitelné?
 - (c) Může se odstraněním nedosažitelných neterminálů z nějakého (dosažitelného) generujícího terminálu stát negenerující?
 - (d) Zredukujte následující gramatiky.

$$\begin{array}{ll} S \rightarrow aSb \mid aAbb \mid \lambda & S \rightarrow aA \mid bB \mid aSa \mid bSb \mid \lambda \\ A \rightarrow aAB \mid bB & A \rightarrow bCD \mid Dba \\ B \rightarrow aAb \mid BB & B \rightarrow Bb \mid AC \\ C \rightarrow CC \mid cS & C \rightarrow aA \mid c \\ & D \rightarrow DE \\ & E \rightarrow \lambda \end{array}$$

4. Následující gramatiky převeďte do Chomského normálního tvaru. Zamyslete se, jak rozdělit *dlouhá* pravidla, aby počet nových neterminálů byl co nejmenší.

$$\begin{array}{ll} S \rightarrow A \mid 0SA \mid \lambda & S \rightarrow 0A10B11 \\ A \rightarrow 1A \mid 1 \mid B & A \rightarrow 0A1 \mid C \mid \lambda \\ B \rightarrow 0B \mid 0 \mid \lambda & B \rightarrow 0B11 \mid \lambda \\ & C \rightarrow 00A11 \mid \lambda \end{array}$$

Domácí úkol

Nalezněte jednoznačnou bezkontextovou gramatiku ekvivalentní gramatice z příkladu 2. Dokažte její jednoznačnost.