

Cvičení z automatů a gramatik - 12

26. a 28. května 2021

Probrané příklady

1. Deterministické zásobníkové automaty: definice, bezprefixové a deterministické bezkontextové jazyky, vztah mezi nimi.
 - (a) Lze každý bezkontextový jazyk rozpoznávat deterministicky?
 - (b) Může být podstatně nejednoznačný jazyk deterministicky?
 - (c) Který z převodů mezi automaty přijímající koncovým stavem/prázdným zásobníkem zachovává determinismus?
 - (d) Jaká podmínka si vynucuje nedeterminismus při přijímání prázdným zásobníkem?
2. Určete, zda následující (bezkontextové) jazyky jsou bezprefixové/deterministické/nedeterministické.
 - (a) $L = \{w\#w^R; w \in \{a, b\}^+\}$,
 - (b) $L = \{w\#w^Ru; w \in \{a, b\}^+, u \in \{a\}^*\}$,
 - (c) $L = \{ww^R; w \in \{a, b\}^+\}$.
3. Na jaké množinové (průnik, sjednocení, doplněk) a jazykové (zrcadlení, zřetězení, iterace) operace je uzavřena třída (a) bezkontextových jazyků / (b) deterministických bezkontextových jazyků? Uveďte příklad bezkontextového jazyka, jehož doplněk není bezkontextový jazyk.
4. Dyckovy jazyky. Pro následující zásobníkový automat M nalezněte Dyckův jazyk D , regulární jazyk R a homomorfismus h , t.z. $N(M) = h(D \cap R)$. Jaký je význam jazyků R , D a homomorfismu h ?

$$\begin{aligned}(p, 0, Z) &\rightarrow (p, A) \\(p, 0, A) &\rightarrow (p, AA) \\(p, 1, A) &\rightarrow (p, \lambda)\end{aligned}$$

5. Kontextové jazyky, monotónní gramatiky.

- (a) Převedte následující monotónní pravidlo na ekvivalentní kontextová pravidla:

$$aBc \rightarrow ccBB$$

- (b) Dokažte, že jazyk $L = \{a^p \mid p \text{ je prvočíslo}\}$ je kontextový.
- (c) Kontextové gramatiky lze upravit tak, že kontext bude mít význam pouze z jedné strany (uvezeno pro zajímavost):

Věta 1 (Penttonen normal form). *Ke každé kontextové gramatice existuje (až na λ) ekvivalentní gramatika s pravidly pouze následujícího typu, kde $A, B, C \in V$, $a \in T$.*

- (a) $A \rightarrow a$
- (b) $A \rightarrow BC$
- (c) $AB \rightarrow AC$

6. Turingovy stroje, různé ekvivalentní definice. Rekurzivní a rekurzivně spočetné jazyky.

- (a) Sestrojte Turingův stroj, který obrátí vstupní slovo nad abecedou $\{a, b\}$.
- (b) Ukažte, že každý Turingův stroj lze simulovat "zásobníkovým automatem" s dvěma zásobníky.