Cvičení z automatů a gramatik - 9

28. dubna a 7. května 2021

Probrané příklady

1. Lineární gramatiky a pumping lemma pro lineární jazyky.
   (a) Formulujte pumping lemma pro lineární jazyky.
   (b) Dokažte ho pomocí odvození (redukovanou) lineární gramatikou.
   (c) Ukažte, že jazyk $L = \{w \in \{a,b\}^*;\ |w|_a = 2|w|_b\}$ není lineární.

2. Derivační stromy bezkontextových gramatik, levá/pravá derivace, jednoznačnost gramatiky. Uvažme následující bezkontextovou gramatiku.

$$
\begin{aligned}
S &\to bA \mid aB \\
A &\to a \mid aS \mid bAA \\
B &\to b \mid bS \mid aBB
\end{aligned}
$$

   (a) Jaký jazyk generuje?
   (b) Ukažte, že tato gramatika není jednoznačná.

3. Neterminál je *negenerující*, pokud z něj nelze odvodit žádné terminální slovo. Neterminál je *nedosažitelný*, pokud se nevyskytuje v žádném řetězci odvoditelném z S. Bezkontextová gramatika je *redukovaná*, pokud neobsahuje žádný negenerující ani nedosažitelný neterminál.
   (a) Nalezněte příklad gramatiky, ve které je nějaký generující neterminál dosažitelný pouze *přes* negenerující neterminály.
   (b) Které neterminály je při redukci třeba odstranit dříve, negenerující nebo nedosažitelné?
   (c) Může se odstraněním nedosažitelných neterminálů z nějakého (dosažitelného) generujícího terminálu stát negenerující?
   (d) Zredukujte následující gramatiky.

$$
\begin{aligned}
S &\to aSb \mid aAbb \mid \lambda \\
A &\to aAB \mid bB \\
B &\to aAb \mid BB \\
C &\to CC \mid cS
\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}
S &\to aA \mid bB \mid aSa \mid bSb \mid \lambda \\
A &\to bCD \mid Dba \\
B &\to Bb \mid AC \\
C &\to aA \mid c \\
D &\to DE \\
E &\to \lambda
\end{aligned}
$$

4. Následující gramatiky převeďte do Chomského normálního tvaru. Zamyslete se, jak rozdělit *dlouhá* pravidla, aby počet nových neterminálů byl co nejmenší.

$$
\begin{aligned}
S &\to A \mid 0SA \mid \lambda \\
A &\to 1A \mid 1 \mid B \\
B &\to 0B \mid 0 \mid \lambda
\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}
S &\to 0A10B11 \\
A &\to 0A1 \mid C \mid \lambda \\
B &\to 0B11 \mid \lambda \\
C &\to 00A11 \mid \lambda
\end{aligned}
$$

Domácí úkol

Nalezněte jednoznačnou bezkontextovou gramatiku pro jazyk z příkladu 2a). Dokažte její jednoznačnost.