

# Cvičení z automatů a gramatik - 1

16. února 2023

## Podmínky na zápočet

Dostatečný počet bodů získaných za domácí úkoly, kvízy, aktivitu na cvičeních, zápočtovou písemku.

## Probrané příklady

1. Formální definice: konečný automat, tranzitivní rozšíření přechodové funkce, přijímané slovo, rozpoznávaný jazyk, třída regulárních jazyků.
  - (a) Jakou výpočetní sílu mají (ne)konečné automaty s nekonečně (spočetně) mnoha stavů?
  - (b) Jakou výpočetní sílu mají (ne)konečné automaty s nekonečnou (spočetnou) abecedou?
2. Nechť binární slova kódují průběh tenisového zápasu, přičemž 0 a 1 reprezentují, že první resp. druhý hráč získal bod. Sestrojte konečný automat (s co nejmenší množinou stavů), který přijímá právě slova kódující hru vyhranou prvním hráčem.
3. Sestrojte konečný automat (s co nejmenší množinou stavů) rozpoznávající jazyk
  - (a)  $L = \{w \in \{0, 1\}^*; |w|_0 = 2i \text{ a } |w|_1 = 3j \text{ pro nějaká } i, j \in \mathbb{N}\}$
  - (b)  $L = \{w \in \{a, b, r\}^*; w \text{ končí na } ara, bar, arab, \text{ nebo } baraba\}$ , viz Aho-Corasick (ADS)
4. Zjistěte, jaký jazyk přijímá následující automat.

	0	1
$\Rightarrow p$	p	q
q	p	r
$\Leftarrow r$	p	r

5. Iterační (pumping) lemma: znění, význam, idea důkazu.

- (a) Jak souvisí  $n$  z lemmatu a počet stavů automatu rozpoznávající daný jazyk?
- (b) Můžeme podmínu  $|xy| \leq n$  nahradit za  $|yz| \leq n$ ? (Tedy iterovat blízko konce?)
- (c) Můžeme iterovat blízko předem zvoleného místa? Jak zformulovat takové zesílení?
- (d) Můžeme iterovat slova, která nejsou z jazyka  $L$  a získat opět slova mimo  $L$ ?
- (e) Určete, které jazyky nejsou regulární, a dokažte to pomocí pumping lemma.
  - $L = \{0^i 1^j; i \leq j\}$
  - $L = \{0^i 1^j; i \geq j\}$
  - $L = \{0^i 1^j; i \leq j \leq k\}$  pro pevné  $k$

## Domácí úkol

Pro následující jazyky sestrojte konečný automat, anebo dokažte pomocí pumping lemma, že nejsou regulární.

- $L = \{ww; w \in \{0, 1\}^*\}$
- $L = \{a^{2n}; n \in \mathbb{N}\}$
- $L = \{a^{n^2}; n \in \mathbb{N}\}$
- $L = \{a^{2^n}; n \in \mathbb{N}\}$