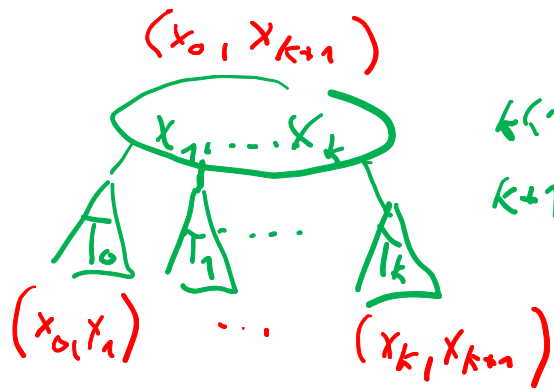


(a,b)-stromy

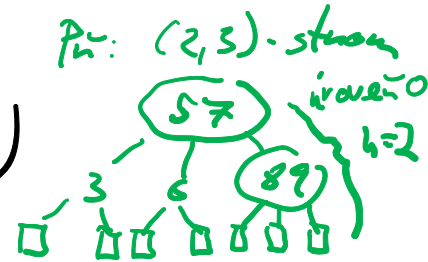
- více úrovní strom
- vnitřní / vnější:
- vnější / vnitřní (listy) prázdné



když $x_1 < \dots < x_k$
 $k+1$ dětí: $x_i < y < x_{i+1} \forall y \in T_i$

Def: (a,b)-strom pro $a \geq 2, b \geq 2a - 1$ je úroveň strom t.č.

- každý vnitřní uzel má $a \leq \text{počet dětí} \leq b$ (když $2 \leq \text{počet dětí} \leq b$)
- všechny listy na stejné úrovni



Def: (a,b) -strom hloubky h má $2^{a-1} \leq n \leq b^{h-1}$ kliců.

$$\Rightarrow \log_b(n+1) \leq h \leq \log_a\left(\frac{n+1}{2}\right) + 1$$

$$\Omega(\log_b n) = h = O(\log_a n) \approx O(\log n / \log a)$$

FIND(y) ... binární - podobně jako u $O(\log b)$

$$\Rightarrow O\left(\frac{\log b}{\log a} \log n\right)$$

INSERT(x)

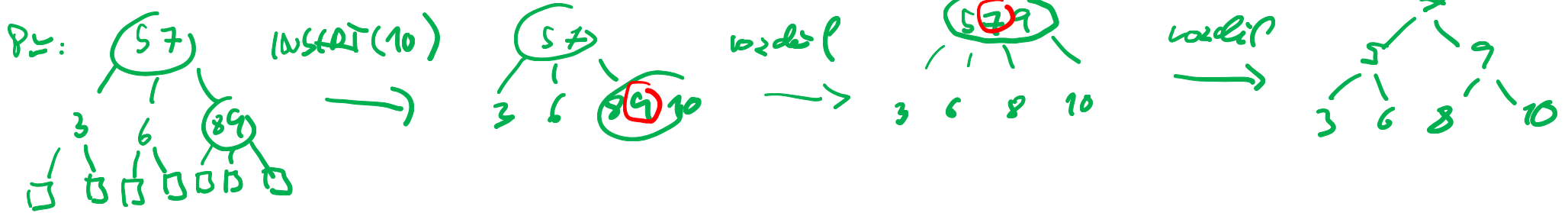
$v = \text{root}(\text{FIND}(x))$

přidej x do v + nový list

if v "prátek" (b klíčů),

vozděl $v := (L, m, P)$

$x := m, v := \text{root}(v)$



Budou vzniklé uzly ok?

$$v \dots b \text{ klíčů} \Rightarrow \lfloor (b-1)/2 \rfloor, \lceil (b-1)/2 \rceil$$

$$\geq a-1 \text{ neboť } b \geq 2a-1 \quad \checkmark$$

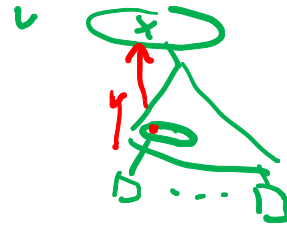
$$\text{vozdělení } O(b) \Rightarrow \text{INSERT v čase } O\left(b \frac{\log n}{\log a}\right)$$

DELETE(x)

vnitřní

if $v = \text{FIND}(x)$ není poslední vstří:

$y := \text{succ}(x), \text{DELETE}(y)$ (nahradí x y)

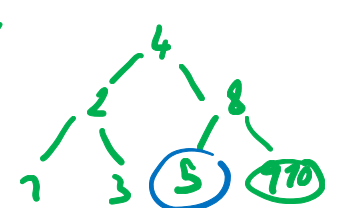
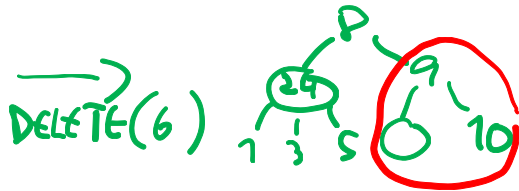
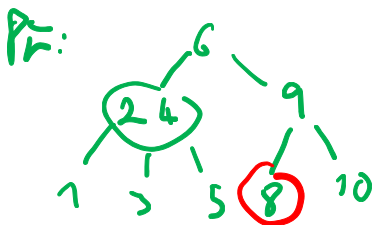
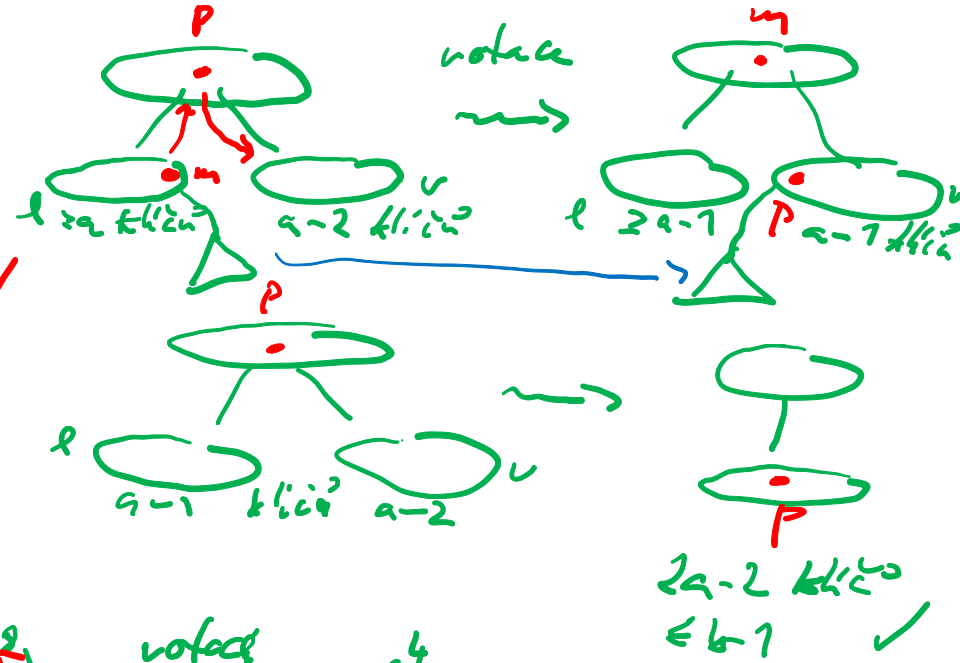


→ odstan x z v

- případy:
- 1) v "nepodřekl" ($\geq a-1$ klíčů) ✓
 - 2) potnd (leg) souvisec $l \geq a$ klíčů

rotace: max. klíč m z $l \rightarrow$ vodič
klíč p z vodič \rightarrow do v ✓

- 3) l má $a-1$ klíčů:
sluč (l, p, v)
 $x := p, v := \text{vodič}(v)$



slučování $O(b) \Rightarrow \text{DELETE } O(b \frac{\log n}{\log a})$ ($b = 2a, 2a-1$)

$2a-2$ klíčů $\leq b-1$ ✓

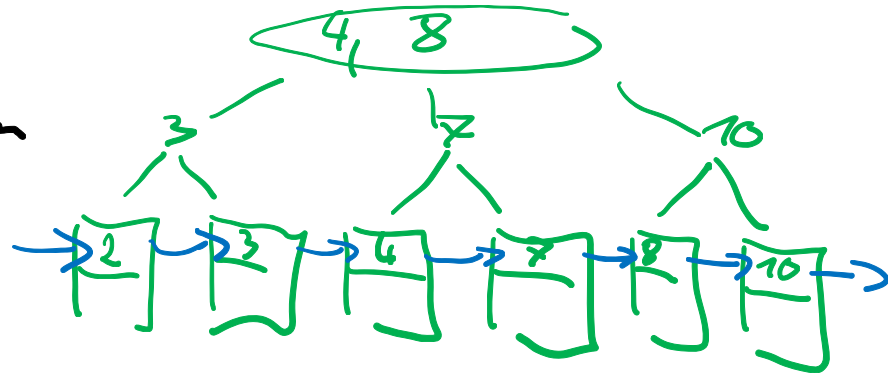
Volba parametru:

Find $O\left(\frac{\log b}{\log a} \log n\right)$, Insert + Delete $O\left(\frac{1}{\log a} \cdot \log n\right) \Rightarrow b$ co nejvíce
($b=2a, 2a-1$)
 $O(\log n)$
 $O\left(\frac{a}{\log a} \log n\right) \Rightarrow a$ co nejvíce!
(2,3) nebo (2,4)

v praxi: 1 uzel \sim 1 paměťový blok

Varianta

- B-strom uvažuje $n \sim \left(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor, n\right)$ -strom
- klíče (+ data) uvnitř uzelů
ve vnitřních kópic klíče (minima) \rightarrow



- B⁺-stromy: —||— + ukazatele
na následující
- B⁺-stromy uvažuje $n \sim \left(\left\lfloor \frac{2n}{3} \right\rfloor, n\right)$ -strom
- INSERT: dvě plusí souvisejí \Rightarrow 3 nové uzly
- RB-stromy \sim (2,4)-stromy

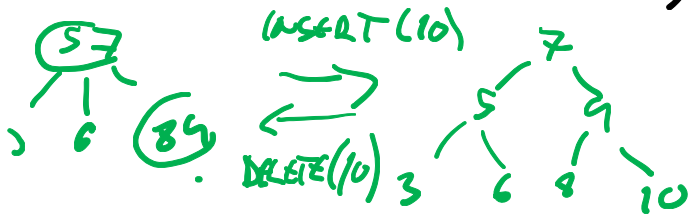
Analyzování slož. modifikací

(první) přidej / odstraň, rozděl, rotace, sluč $\Rightarrow O(1)$ reálná cena

Věta: m operací (insert na pozici) (a,b)-strom vykoná celkem $O(m)$ modifikací.

Dů: # rozděl \leq # vnitřních uzlů $\leq m \Leftrightarrow O(m)$ modifikací \square
(na konci)

Dů:



$O(\log n)$ modifikací na každou INSERT/DELETE

lem: $(a, 2a-1)$ -stromem realizováno s $O(1)$ reálnou složitostí modifikací.

Věta: Lib. posl. m operací INSERT+DELETE v $(a, 2a)$ -stromě provede $O(m)$ modifikací.

Dů: cíl zručit Φ t.č. $A_{\text{přidej, smaz, rotace}} = O(1)$, $A_{\text{sluč, rozděl}} \leq 0$ u každé $\pm \Phi$

$\Phi := \sum_v f(|v|)$ kde $f: \{a-2, \dots, 2a\} \rightarrow \mathbb{N}$ t.č.
(# křížů)

1) $|f(i) - f(i+1)| \leq c$ pro nej. konst c

2) $f(2a) \geq f(a) + f(a-1) + c + ?$

$A_{\text{rozděl}} = O(1) + \Delta \Phi \leq 0$

převážně

$$3) f(a-2) + f(a-1) \geq f(2a-2) + c + 1 \quad \leftarrow \text{Asini} = O(1) + \Delta \Phi \leq 0$$

k	$a-2$	$a-1$	a	\dots	$2a-2$	$2a-1$	$2a$
$f(k)$	2	1	0	\dots	0	2	4

$c=2$ splinje 1)-3)

\Rightarrow INSERT / DELETE $O(1)$ amortizovani

\Rightarrow m operacija' stvarno' vreme: $O(m) + \frac{\Phi_m}{\geq 0} - \frac{\Phi_0}{= 0} = O(m)$. \square