

Zkouška VPL - písemná část

1. června 2022

1. Nechť $T = \{\neg r \rightarrow \neg q \wedge p, (p \rightarrow \neg q) \rightarrow \neg p\}$ je teorie nad $\mathbb{P} = \{p, q, r\}$.
 - (a) Tablo metodou určete všechny modely teorie T . (3b)
 - (b) Axiomatizujte $M^{\mathbb{P}}(T)$ výrokem v DNF a také výrokem v CNF. (2b)
 - (c) Je T extenzí teorie $S = \{q \rightarrow r\}$ nad $\{q, r\}$? Je T konzervativní extenzí S ? Uveďte zdůvodnění. (2b)
 - (d) Určete, kolik je navzájem neekvivalentních výroků nad \mathbb{P} , které jsou lživé v S nebo T . Uveďte zdůvodnění. (2b)

2. Mějme jazyk $L = \langle <, j, h, s \rangle$ bez rovností, kde j, h, q jsou konstantní symboly značící (po řadě) jablka, hrušky, švestky, dále $<$ je binární relační symbol a $x < y$ značí, že “ovoce y je lepší než ovoce x ”. Víme, že
 - (i) Relace “být lepší” je ostré částečné uspořádání (t.j. ireflexivní, asymetrická, tranzitivní relace).
 - (ii) Hrušky jsou lepší než jablka.Chceme rezolucí dokázat následující tvrzení.
 - (iii) Jsou-li švestky lepší než hrušky, nejsou jablka lepší než švestky.Konkrétně:
 - (a) Tvrzení (i), (ii), (iii) vyjádřete otevřenými formulemi jazyka L . (2b)
 - (b) Pomocí předchozích formulí či jejich negací nalezněte otevřenou teorii T nad L axiomatizovanou klauzulemi, která je nespíitelná, právě když z (i), (ii) vyplývá (iii). Napište T v množinové reprezentaci. (2b)
 - (c) Rezolucí dokažte, že T není splnitelná. Rezoluční zamítnutí znázorněte rezolučním stromem. U každého kroku uveďte použitou unifikaci. *Nápověda: stačí čtyři rezoluční kroky.* (3b)
 - (d) Nalezněte konjunkci základních instancí axiomů T , která je nespíitelná. (2b)
 - (e) Je T zamítnutelná LI-rezolucí? Uveďte zdůvodnění. (2b)

3. Nechť $T = \{R(c_1), \neg R(c_2), (\exists x)(x \neq c_3), \varphi\}$ je teorie jazyka $L = \langle c_1, c_2, c_3 \rangle$ s rovnostmi, kde c_1, c_2, c_3 jsou konstantní symboly a axiom φ vyjadřuje “Existují nejvýše 3 prvky.”
 - (a) Nalezněte dvě neekvivalentní jednoduché kompletní extenze teorie T nebo zdůvodněte, proč neexistují. (2b)
 - (b) Je teorie T otevřeně axiomatizovatelná? Uveďte zdůvodnění. (2b)