

Zkouška VPL - písemná část

12. ledna 2021

1. Necht' $T = \{q \rightarrow (\neg p \rightarrow r), \neg r \rightarrow (\neg p \wedge q), (s \rightarrow r) \rightarrow p\}$ je teorie nad $\mathbb{P} = \{p, q, r, s\}$.
 - (a) Axiomatizujte teorii T výrokem v CNF. (2b)
 - (b) Pomocí rezoluční metody dokažte, že v teorii T platí výrok $\neg(r \rightarrow \neg p)$. (3b)
 - (c) Najděte všechny modely teorie T . (1b)
 - (d) Je teorie T extenzí teorie $S = \{q \leftrightarrow \neg r\}$ nad $\{q, r\}$? Je T konzervativní extenzí S ? Zdůvodněte. (2b)
 - (e) Určete počet navzájem neekvivalentních výroků v jazyce \mathbb{P} , které jsou *lživé* zároveň v teorii T i v teorii S . Zdůvodněte. (2b)
2. Uvažte následující tvrzení :
 - (i) Nikdo, kdo umí ocenit Jamese Joyce, neusne při čtení Odyssea.
 - (ii) Každý, kdo nerozumí modernismu, usne při čtení Odyssea.
 - (iii) Papoušci nerozumí modernismu.
 - (iv) Papoušci neumí ocenit Jamese Joyce.
 - (a) Formalizujte tvrzení (i)–(iv) po řadě jako sentence $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$ v predikátové logice v jazyce $L = \langle O, U, M, P, j, d \rangle$ bez rovnosti, kde O, U jsou binární relační symboly ($O(x, y)$ resp. $U(x, y)$ označují po řadě “ x ocení y ”, “ x usne při y ”), M, P jsou unární relační symboly (“ x rozumí modernismu”, “ x je papoušek”) a j, d jsou konstantní symboly označující autora Jamese Joyce a jeho knihu *Odysseus*. (2b)
 - (b) Sestrojte dokončené tablo z teorie $T = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$ s položkou $F\varphi_4$ v kořeni. (3b)
 - (c) Je sentence φ_4 pravdivá/lživá/nezávislá v teorii T ? Zdůvodněte. (1b)
 - (d) Pokud existuje, najděte nějakou úplnou jednoduchou extenzi teorie T . Zdůvodněte. (2b)
 - (e) Má teorie T úplnou konzervativní extenzi? Zdůvodněte. (2b)
3. Bud' $T = \{\neg f(x) = x, f(x) = f(y) \rightarrow x = y\}$ teorie v jazyce $L = \langle f \rangle$ s rovností, kde f je unární funkční symbol. Necht' φ je sentence vyjadřující “*Existuje právě 5 prvků.*”.
 - (a) Určete, kolik má teorie $T' = T \cup \{\varphi\}$ (ve stejném jazyce L) navzájem neekvivalentních jednoduchých kompletních extenzí. Napište dvě z nich. (2b)
 - (b) Rozhodněte, zda $T \models (\exists y) f(y) = x$, a zda $T' \models (\exists y) f(y) = x$. Uveďte zdůvodnění. (2b)