

Cvičení z výrokové a predikátové logiky - 3

22. října 2013

1. Pomocí implikačního grafu zjistěte, zda je následující výrok v 2-CNF splnitelný, popř. naleznete splňující ohodnocení.

$$(p_0 \vee p_2) \wedge (p_0 \vee \neg p_3) \wedge (p_1 \vee \neg p_3) \wedge (p_1 \vee \neg p_4) \wedge (p_2 \vee \neg p_4) \wedge (p_0 \vee \neg p_5) \wedge \\ (p_1 \vee \neg p_5) \wedge (p_2 \vee \neg p_5) \wedge (\neg p_1 \vee \neg p_6) \wedge (p_4 \vee p_6) \wedge (p_5 \vee p_6) \wedge p_1$$

2. Pomocí jednotkové propagace zjistěte, zda je následující Hornův výrok splnitelný, popř. naleznete splňující ohodnocení.

$$(\neg p_1 \vee \neg p_3 \vee p_2) \wedge (\neg p_1 \vee p_2) \wedge p_1 \wedge (\neg p_1 \vee \neg p_2 \vee p_3) \wedge \\ (\neg p_2 \vee \neg p_4 \vee p_1) \wedge (p_4 \vee \neg p_3 \vee \neg p_2) \wedge (\neg p_4 \vee p_5)$$

3. Uvažme teorii $T = \{\neg q \rightarrow (\neg p \vee q), \neg p \rightarrow q, r \rightarrow q\}$. Které výroky jsou pravdivé / lživé / nezávislé / splnitelné / ekvivalentní v T ?

- (a) p, q, r, s
- (b) $p \vee q, p \vee r, p \vee s, q \vee s$
- (c) $p \wedge q, q \wedge s, p \rightarrow q, s \rightarrow q$

4. Uvažme teorii $T = \{p_i \rightarrow (p_{i+1} \vee q_{i+1}), q_i \rightarrow (p_{i+1} \vee q_{i+1}) \mid i \in \mathbb{N}\}$ nad $\text{var}(T)$.

- (a) Které výroky ve tvaru $p_i \rightarrow p_j$ jsou důsledkem T ?
- (b) Které výroky tvaru $p_i \rightarrow (p_j \vee q_j)$ jsou důsledkem T ?
- (c) Určete všechny modely teorie T .

5. Dokažte či vyvráťte (popř. uveďte správný vztah), že pro libovolnou teorii T a výroky φ, ψ nad \mathbb{P} platí

- (a) $T \models \varphi$, právě když $T \not\models \neg\varphi$
- (b) $T \models \varphi$ a $T \models \psi$, právě když $T \models \varphi \wedge \psi$
- (c) $T \models \varphi$ nebo $T \models \psi$, právě když $T \models \varphi \vee \psi$
- (d) $T \models \varphi \rightarrow \psi$ a $T \models \psi \rightarrow \chi$, právě když $T \models \varphi \rightarrow \chi$

6. Dokažte anebo vyvráťte následující tvrzení, popř. uveďte správné vztahy. Pro libovolné teorie T a S nad \mathbb{P} platí

- (a) $S \subseteq T \Rightarrow \theta^{\mathbb{P}}(T) \subseteq \theta^{\mathbb{P}}(S)$
- (b) $\theta^{\mathbb{P}}(S \cup T) = \theta^{\mathbb{P}}(S) \cup \theta^{\mathbb{P}}(T)$
- (c) $\theta^{\mathbb{P}}(S \cap T) = \theta^{\mathbb{P}}(S) \cap \theta^{\mathbb{P}}(T)$

7. Pomocí tablo metody dokažte následující výroky.

- (a) $(p \rightarrow (q \rightarrow q))$
- (b) $p \leftrightarrow \neg\neg p$
- (c) $\neg(p \vee q) \leftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$
- (d) $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$
- (e) $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))$

8. Pomocí tablo metody naleznete všechny modely následujících teorií.

- (a) $\{(\neg p \vee q) \rightarrow (\neg q \wedge r)\}$
- (b) $\{\neg q \rightarrow (\neg p \vee q), \neg p \rightarrow q, r \rightarrow q\}$
- (c) $\{q \rightarrow p, r \rightarrow q, (r \rightarrow p) \rightarrow s\}$

9. Tablo metodou dokažte, či nalezněte protipříklad, že

- (a) $\{\neg q, p \vee q\} \models p$,
- (b) $\{q \rightarrow p, r \rightarrow q, (r \rightarrow p) \rightarrow s\} \models s$,
- (c) $\{p \rightarrow r, p \vee q, \neg s \rightarrow \neg q\} \models r \rightarrow s$.