Test 2

17. listopadu 2013

Za každý příklad lze získat 2 body, celkem 10 bodů. Čas na vypracování: 45 min.

1. Rozhodněte, zda následující termy jsou substituovatelné do formule
$$(\forall z)((\exists x)(x \leq y) \vee y \leq z).$$
Napište příslušnou instanci nebo zdůvodněte, proč term substituovatelný není.
   (a) Term $y + z$ za proměnnou x.
   (b) Term $x + y$ za proměnnou y.

2. Nalezněte příklady struktur, ve které následující sentence a) platí, b) neplatí.
$$(\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \rightarrow (\forall x)(P(x) \vee (\forall x)Q(x))$$

3. Nechť $\mathcal{A} = \langle \mathcal{P}(\{0,1,2\}), -^A, 0^A, 1^A \rangle$ je struktura jazyka $L = \langle -, 0, 1 \rangle$ s rovností, kde $-^A$ je operace doplňku v $\{0,1,2\}$, $0^A = \emptyset$, $1^A = \{0,1,2\}$.
   (a) Určete $\mathcal{A}\langle \{0,1\} \rangle$, tj. podstrukturu struktury $\mathcal{A}$ generovanou prvkem $\{0,1\}$.
   (b) Rozhodněte, zda lze $\mathcal{A}$ expandovat na $\mathcal{A}'$ do jazyka $L' = \langle -, 0, 1, \leq \rangle$ tak, aby
$$\mathcal{A}' \models \ x \leq y \quad \leftrightarrow \ -y \leq -x.$$
   Nalezněte příklad takové expanze nebo zdůvodněte, proč to není možné.

4. Tablo metodou dokažte, že pro libovolné formule φ, ψ, kde x není volná v ψ, platí
$$\models (\psi \rightarrow (\exists x)\varphi) \rightarrow (\exists x)(\psi \rightarrow \varphi).$$

5. Převeďte následující formuli do prenexního tvaru a napište její Skolemovu variantu.
$$\neg(\forall x)(\exists y)P(x,y) \rightarrow (\forall x)(\exists y)Q(x,y)$$