Zkouška VPL - písemná část (vzor)

1. Nechť $T = \{p \vee q \to \neg r,\ \neg r \to p \wedge \neg q\}$ je teorie nad $\mathbb{P} = \{p, q, r\}$.
   - (a) Tablo metodou nalezněte všechny modely teorie T. *Nápověda:* $|M(T)| = 2$. *(4b)*
   - (b) Axiomatizujte $M(T)$ výrokem v DNF. Uveďte obecný tvar výroku v CNF axiomatizující $M(T)$. *(2b)*
   - (c) Nalezněte všechny navzájem neekvivalentní kompletní extenze teorie T v jazyce $\mathbb{P}' = \{p, q, r, s\}$. *(2b)*
   - (d) Zjistěte, kolik je navzájem neekvivalentních výroků nad $\mathbb{P}'$, které jsou nezávislé v T. Uveďte zdůvodnění. *(2b)*

2. Víme, že
   - (i) pokud je cihla na jiné cihle, tak není na zemi,
   - (ii) každá cihla je na zemi nebo na jiné cihle,
   - (iii) žádná cihla není na cihle, která je na další cihle.

   Chceme (rezolucí) dokázat, že

   - (iv) když je cihla na jiné cihle, ta spodní je na zemi.

   - (a) Uvedená tvrzení vyjádřete formulemi jazyka $L = \langle N, Z \rangle$ bez rovnosti, kde N, Z je binární, resp. unární relační symbol. *(2b)*
   - (b) Nalezněte teorii T jazyka L, která je sporná, právě když z (i), (ii), (iii) vyplývá (iv). *(1b)*
   - (c) Nalezněte k T ekvisplnitelnou teorii T' v otevřeném tvaru (nad vhodně rozšířeným jazykem). *(3b)*
   - (d) Převeďte T' do množinové reprezentace. *(1b)*
   - (e) Ukažte, že $T' \vdash_R \square$. Rezoluční zamítnutí znázorněte rezolučním stromem. U každého kroku podtrhněte rezolvované literály a uveďte použitou unifikaci. *(3b)*

3. Nechť $T = \{(\exists x)(f(x) \neq x),\ (\forall x)(x = c_1 \vee x = c_2 \vee x = c_3)\}$ je teorie jazyka $L = \langle f, c_1, c_2, c_3 \rangle$ s rovností.
   - (a) Je teorie T konzervativní extenzí teorie $T' = \{x = c_1 \vee x = c_2 \vee x = c_3\}$ jazyka $L = \langle c_1, c_2, c_3 \rangle$? Uveďte zdůvodnění. *(2b)*
   - (b) Určete $I(T, 2)$, tj. počet navzájem neizomorfních dvouprvkových modelů teorie T. *(2b)*
   - (c) Nalezněte dvě neekvivalentní jednoduché kompletní extenze teorie T. *(2b)*
   - (d) Je teorie T otevřeně axiomatizovatelná? Uveďte zdůvodnění. *(2b)*

Zkouška VPL - ústní část (vzor)

1. Rezoluce ve VL - množinový tvar, rezoluční pravidlo, rezoluční odvození, rezoluční zamítnutí.

2. Dokažte úplnost rezoluční metody ve výrokové logice.