

Zkouška VPL - písemná část

8. ledna 2015

1. Nechť $T = \{\neg p \rightarrow \neg q, r \rightarrow q, \neg r \rightarrow p\}$ je teorie nad $\mathbb{P} = \{p, q, r\}$.
 - (a) Pomocí implikačního grafu ukažte, že T je splnitelná. (2b)
 - (b) Tablo metodou dokažte, že $T \models p$. (3b)
 - (c) Určete všechny modely teorie T . (2b)
 - (d) Zjistěte, kolik je navzájem neekvivalentních výroků nad \mathbb{P} , které jsou nezávislé v T . Uveďte zdůvodnění. (2b)
2. Jsou dána následující tvrzení o lidech:
 - (i) Jestliže člověk studuje, zná sám sebe.
 - (ii) Existuje člověk, který zná všechny, co nestudují.
 - (iii) Každý člověk má někoho, koho nezná a kdo nezná sám sebe.
 - (a) Uvedená tvrzení vyjádřete sentencemi $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ jazyka $L = \langle S, Z \rangle$ bez rovnosti, kde S, Z je unární, resp. binární relační symbol, a $S(x), Z(x, y)$ značí, že “člověk x studuje”, resp. “člověk x zná člověka y ”. (2b)
 - (b) Pomocí skolemizace nalezněte otevřenou teorii T (případně ve větším jazyce) ekvivalentní s teorií $\{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$. (2b)
 - (c) Převedením axiomů T do CNF nalezněte teorii T' ekvivalentní T a axiomatizovanou klauzulemi. Napište T' v množinové reprezentaci. (2b)
 - (d) Rezolucí dokažte, že T' není splnitelná. Rezoluční zamítnutí znázorněte rezolučním stromem. U každého kroku uveďte použitou unifikaci. *Nápověda: stačí tři rezoluční kroky.* (3b)
 - (e) Nalezněte konjunkci základních instancí axiomů T' , která je nesplnitelná. *Nápověda: využijte unifikace z (d).* (2b)
3. Nechť $T = \{\varphi\}$ je teorie jazyka $L = \langle U \rangle$ s rovností, kde U je unární relační symbol a axiom φ vyjadřuje “ $U(x)$ neplatí pro právě 3 prvky.”
 - (a) Je teorie T ω -kategorická? Uveďte zdůvodnění. (2b)
 - (b) Nalezněte dvě neekvivalentní jednoduché kompletní extenze teorie T nebo zdůvodněte, proč neexistují. (2b)
 - (c) Je teorie T otevřeně axiomatizovatelná? Uveďte zdůvodnění. (2b)
 - (d) Nechť $T' = T \cup \{\neg U(c_1), \neg U(c_2), \neg U(c_3), \neg(c_1 = c_2)\}$ je teorie jazyka $L' = \langle U, c_1, c_2, c_3 \rangle$ s rovností, kde c_1, c_2, c_3 jsou nové konstantní symboly. Je teorie T' konzervativní extenzí teorie T ? Uveďte zdůvodnění. (2b)