

Zkouška VPL - písemná část

18. února 2016

1. Nechť $T = \{\neg r \rightarrow q, p \rightarrow \neg q, \neg p \rightarrow r\}$ je teorie nad $\mathbb{P} = \{p, q, r\}$.
 - (a) Pomocí implikačního grafu ukažte, že T je splnitelná. (2b)
 - (b) Tablo metodou dokažte, že $T \models r$. (3b)
 - (c) Určete všechny modely teorie T . (2b)
 - (d) Zjistěte, kolik je navzájem neekvivalentních výroků nad \mathbb{P} , které jsou nezávislé v T . Uveďte zdůvodnění. (2b)
2. Jsou dána následující tvrzení o lidech:
 - (i) Je-li člověk optimistou, má rád sám sebe.
 - (ii) Někdo má rád všechny lidi, co nejsou optimisty.
 - (iii) Každý člověk nemá rád někoho z těch, co nemají rádi sami sebe.
 - (a) Uvedená tvrzení vyjádřete sentencemi $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ jazyka $L = \langle O, R \rangle$ bez rovnosti, kde O, R je unární, resp. binární relační symbol, a $O(x), R(x, y)$ značí, že “člověk x je optimistou”, resp. “člověk x má rád člověka y ”. (2b)
 - (b) Pomocí skolemizace nalezněte otevřenou teorii T (případně ve větším jazyce) ekvivalentní s teorií $\{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$. (2b)
 - (c) Převedením axiomů T do CNF nalezněte teorii T' ekvivalentní T a axiomatizovanou klauzulemi. Napište T' v množinové reprezentaci. (2b)
 - (d) Rezolucí dokažte, že T' není splnitelná. Rezoluční zamítnutí znázorněte rezolučním stromem. U každého kroku uveďte použitou unifikaci. *Nápověda: stačí tři rezoluční kroky.* (3b)
 - (e) Nalezněte konjunkci základních instancí axiomů T' , která je nesplnitelná. *Nápověda: využijte unifikace z (d).* (2b)
3. Nechť $T = \{\varphi\}$ je teorie jazyka $L = \langle U \rangle$ s rovností, kde U je unární relační symbol a axiom φ vyjadřuje “ $U(x)$ neplatí pro právě 4 prvky.”
 - (a) Je teorie T ω -kategorická? Uveďte zdůvodnění. (2b)
 - (b) Nalezněte dvě neekvivalentní jednoduché kompletní extenze teorie T nebo zdůvodněte, proč neexistují. (2b)
 - (c) Je teorie T otevřeně axiomatizovatelná? Uveďte zdůvodnění. (2b)
 - (d) Nechť $T' = T \cup \{\neg U(c_1), \neg U(c_2), \neg U(c_3), \neg U(c_4), \neg(c_1 = c_2)\}$ je teorie jazyka $L' = \langle U, c_1, c_2, c_3, c_4 \rangle$ s rovností, kde c_1, c_2, c_3, c_4 jsou nové konstantní symboly. Je teorie T' konzervativní extenzí teorie T ? Uveďte zdůvodnění. (2b)