

Zkouška VPL - písemná část

8. února 2017

1. Nechť $T = \{p \rightarrow \neg q, \neg q, r \rightarrow q, r \rightarrow \neg p\}$ je teorie nad $\mathbb{P} = \{p, q, r\}$.
 - (a) Pomocí implikačního grafu ukažte, že T je splnitelná. (2b)
 - (b) Určete všechny modely teorie T a axiomatizujte $M^{\mathbb{P}}(T)$ výrokem v CNF. (2b)
 - (c) Tablo metodou dokažte, že $T \models q \leftrightarrow r$. (3b)
 - (d) Zjistěte, kolik je navzájem
 - (i) neekvivalentních výroků nad \mathbb{P} , které jsou lživé v T ,
 - (ii) T -neekvivalentních výroků nad \mathbb{P} , které jsou lživé v T .Uveďte zdůvodnění. (2b)
 2. Víme, že:
 - (i) Z Prahy jsou lety do Bratislavy a do Stockholmu, a ze Stockholmu do Kodaně.
 - (ii) Dá-li se letět z jednoho města do druhého, dá se letět i nazpátek.
 - (iii) Let z jednoho města do druhého nám zaručuje, že existuje spojení z prvního do druhého.
 - (iv) Máme-li spojení z jednoho města do druhého a dále let z druhého do třetího, máme i spojení z prvního do třetího.Ukažte rezolucí, že
 - (v) Z Bratislavy je spojení do Kodaně.
 - (a) Nechť $L(x, y)$ značí, že “z města x je (přímý) let do města y ”, $S(x, y)$ značí, že “z města x je spojení (ne nutně přímé) do města y ” a dále nechť a, b, c, d označují Prahu, Bratislavu, Stockholm, Kodaň. Uvedená tvrzení (i) až (v) vyjádřete sentencemi $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5$ jazyka $\langle L, S, a, b, c, d \rangle$ bez rovnosti. (2b)
 - (b) Pomocí případné skolemizace a transformace předchozích sentencí či jejich negací do CNF naleznete otevřenou teorii T axiomatizovanou klauzulemi, která je nespjitelná právě když $\{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4\} \models \varphi_5$. Napište T v množinové reprezentaci. (2b)
 - (c) Rezolucí dokažte, že T není splnitelná. Rezoluční zamítnutí znázorníte rezolučním stromem. U každého kroku uveďte použitou unifikaci. (3b)
 - (d) Je teorie $T' = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4\}$ kompletní? Uveďte zdůvodnění. (2b)
 - (e) Uvažme navíc, že “z Prahy není spojení do Pchjongjangu”. Je teorie $T^* = T' \cup \{\neg S(a, o)\}$ jazyka rozšířeného o nový konstantní symbol o konzervativní extenzí teorie T' ? Uveďte zdůvodnění. (2b)
3. Nechť T je extenze teorie $DeLO^+$ (tj. hustých lineárních uspořádání s maximálním prvkem a bez minimálního prvku) v jazyce $L = \langle \leq, c, d \rangle$ s rovností bez nových axiomů, tj. pouze s rozšířeným jazykem o nové konstantní symboly c, d .
 - (a) Jsou sentence $(\forall x)(c \leq x)$ a $(\forall x)(x \leq d)$ pravdivé / lživé / nezávislé v T ? Uveďte zdůvodnění. (2b)
 - (b) Určete $I(T, \omega)$, tj. počet navzájem neizomorfních spočetných modelů teorie T . (2b)
 - (c) Určete všechny (až na ekvivalenci) jednoduché kompletní extenze teorie T . (2b)
 - (d) Je teorie T otevřeně axiomatizovatelná? Uveďte zdůvodnění. (2b)