

Zkouška VPL - písemná část

15. února 2017

1. Nechť $T = \{p \rightarrow \neg q, r \rightarrow q, q\}$ je teorie nad $\mathbb{P} = \{p, q, r\}$.
 - (a) Pomocí implikačního grafu ukažte, že T je splnitelná. (2b)
 - (b) Určete všechny modely teorie T . (2b)
 - (c) Tablo metodou dokažte, že $T \models r \rightarrow (\neg p \wedge q)$. (3b)
 - (d) Zjistěte, kolik je navzájem T -neekvivalentních výroků, které jsou (logicky) nezávislé. Uveďte zdůvodnění. (2b)
2. Chceme (rezolucí) ukázat, že z
 - (i) definice “ x je slavnější než y ” pomocí “každý, kdo zná y , zná i x ” plyne, že
 - (ii) relace “být slavnější” je tranzitivní.Konkrétně:
 - (a) Vyjádřete (i) a (ii) sentencemi φ, ψ jazyka $L = \langle S, Z \rangle$ bez rovností, kde S, Z jsou binární relační symboly, $S(x, y)$ značí, že “ x je slavnější než y ”, a $Z(x, y)$ značí, že “ x zná y ”. *Nápověda: vyjádřete (i) pomocí ekvivalence.* (2b)
 - (b) Pomocí skolemizace předchozích formulí nalezněte otevřenou teorii T (případně ve větším jazyce), která je nespíitelná, právě když $\varphi \models \psi$. (2b)
 - (c) Převedením axiomů T do CNF nalezněte teorii T' ekvivalentní T a axiomatizovanou klauzulemi. Napište T' v množinové reprezentaci. (2b)
 - (d) Rezolucí dokažte, že T' není splnitelná. Rezoluční zamítnutí znázorněte rezolučním stromem. U každého kroku uveďte použitou unifikaci. *Nápověda: stačí sedm rezolučních kroků.* (3b)
 - (e) Nalezněte konjunkci základních instancí axiomů T' , která je nespíitelná. *Nápověda: využijte unifikace z (d).* (2b)
3. Nechť $T = \{R(x, x), R(x, y) \rightarrow R(y, x), R(x, y) \wedge R(y, z) \rightarrow R(x, z), \varphi\}$ je teorie jazyka $L = \langle R \rangle$ s rovnostmi, kde R je binární relační symbol a axiom φ vyjadřuje, že “existují aspoň 2 a zároveň nejvýše 3 prvky”.
 - (a) Určete izomorfní spektrum teorie T . (2b)
 - (b) Napište dvě neekvivalentní jednoduché kompletní extenze teorie T . (2b)
 - (c) Je teorie T otevřeně axiomatizovatelná? Uveďte zdůvodnění. (2b)
 - (d) Nechť $T' = T \cup \{\neg R(c_1, c_2)\}$ je teorie v jazyce $L = \langle R, c_1, c_2 \rangle$ s rovnostmi, kde c_1, c_2 jsou nové konstantní symboly. Je T' konzervativní extenze T ? Uveďte zdůvodnění. (2b)