Cvičení z výrokové a predikátové logiky - 12

3. ledna 2018

1. Převeďte následující formule na ekvisplnitelné formule v množinové reprezentaci.
   (a) $(\forall y)(\exists x)P(x, y)$
   (b) $\neg(\forall y)(\exists x)P(x, y)$
   (c) $\neg(\exists x)((P(x) \to P(a)) \land (P(x) \to P(b)))$
   (d) $(\exists x)(\forall y)(\exists z)(P(x, z) \land P(z, y) \to R(x, y))$

2. Pomocí unifikačního algoritmu nalezněte nejobecnější unifikace následujících množin výrazů nebo ukažte, nejsou unifikovatelné.
   (a) $\{P(x, g(y), f(a)), P(f(y), g(f(z)), z)\}$
   (b) $\{P(x, f(x), g(y)), P(a, f(g(a)), g(a)), P(y, f(y), g(a))\}$
   (c) $\{P(x, f(x, y)), P(y, f(y, a)), P(b, f(b, a))\}$
   (d) $\{P(f(a), y, z), P(y, f(a), b), P(x, y, f(z))\}$

3. Řekneme, že výraz E_1 je *variantou* výrazu E_2, pokud existují substituce σ a τ takové, že $E_1 = E_2\sigma$ a $E_2 = E_1\tau$. Dokažte, že je-li E_1 variantou E_2, pak se liší jen přejmenováním proměnných.

4. Nalezněte (všechny) rezolventy následujících klauzulí.
   (a) $\{P(x, y), P(y, z)\}$, $\{\neg P(u, f(u))\}$
   (b) $\{P(x, x), \neg R(x, f(x))\}$, $\{R(x, y), Q(y, z)\}$
   (c) $\{P(x, y), \neg P(x, x), Q(x, f(x), z)\}$, $\{\neg Q(f(x), x, z), P(x, z)\}$

5. Ukažte, že následující množina klauzulí je rezolucí zamítnutelná. Rezoluční zamítnutí znázorněte rezolučním stromem. U každého rezolučního kroku napište použitou substituci a označte rezolvované literály.
   (a) $\{P(a, x, f(y)), P(a, z, f(h(b))), \neg Q(y, z)\}$
   (b) $\{\neg Q(h(b), w), H(w, a)\}$
   (c) $\{\neg P(a, w, f(h(b))), H(x, a)\}$
   (d) $\{P(a, u, f(h(u))), H(u, a), Q(h(b), b)\}$
   (e) $\{\neg H(v, a)\}$

6. (předchozí DÚ) Víme, že
   (a) Pokud je cihla na jiné cihle, tak není na zemi.
   (b) Každá cihla je buď na zemi nebo na jiné cihle.
   (c) Žádná cihla není na cihle, která je na další cihle.

   Vyjádřete to v predikátové logice a rezoluční metodou dokažte, že když je cihla na jiné cihle, ta spodní je na zemi.

7. (předchozí DÚ) Víme, že
   (a) Každý holič holí každého, kdo se neholí sám.
   (b) Žádný holič neholí někoho, kdo se holí sám.

   Vyjádřete to v predikátové logice a rezoluční metodou dokažte, že žádný holič neexistuje.