

Cvičení z výrokové a predikátové logiky - 4

25. října 2017

- (předchozí DÚ) Nechť $|\mathbb{P}| = n$ a $\varphi \in \text{VF}_{\mathbb{P}}$ s $|M(\varphi)| = m$.
 - Kolik je neekvivalentních výroků ψ takových, že $\varphi \models \psi$ nebo $\psi \models \varphi$?
 - V kolika neekvivalentních teoriích nad \mathbb{P} platí φ ? V kolika neekvivalentních *kompletních* teoriích nad \mathbb{P} platí φ ?
 - Kolik je neekvivalentních teorií T nad \mathbb{P} takových, že $T \cup \{\varphi\}$ je bezesporná?
 - Nechť navíc $\{\varphi, \psi\}$ je sporná a $|M(\psi)| = p$. Kolik je neekvivalentních výroků χ takových, že $\varphi \vee \psi \models \chi$? V kolika neekvivalentních teoriích platí $\varphi \vee \psi$?
- Pomocí tablo metody dokažte následující výroky.

- $(p \rightarrow (q \rightarrow p))$
- $p \leftrightarrow \neg\neg p$
- $\neg(p \vee q) \leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$
- $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$
- $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))$

Jsou zkonstruovaná tabla systematická?

- Pomocí tablo metody nalezněte všechny modely následujících teorií.

- $\{(\neg p \vee q) \rightarrow (\neg q \vee r)\}$
- $\{\neg q \rightarrow (\neg p \vee q), \neg p \rightarrow q, r \rightarrow q\}$
- $\{q \rightarrow p, r \rightarrow q, (r \rightarrow p) \rightarrow s\}$

- Tablo metodou dokažte, či nalezněte protipříklad, že

- $\{\neg q, p \vee q\} \models p$,
- $\{q \rightarrow p, r \rightarrow q, (r \rightarrow p) \rightarrow s\} \models s$,
- $\{p \rightarrow r, p \vee q, \neg s \rightarrow \neg q\} \models r \rightarrow s$.

- Sestrojte atomické tablo pro Peirceovu spojku \downarrow (NOR) a pro Shefferovu spojku \uparrow (NAND).
- Dokažte přímo (transformací tabel) větu o dedukci, tj. pro každou teorii T , formule φ, ψ ,

$$T \vdash \varphi \rightarrow \psi \text{ právě když } T, \varphi \vdash \psi.$$

- Ukažte, že každé atomické tablo τ je *korektní*, tj. shoduje-li se ohodnocení v s položkou v kořeni τ , shoduje se i nějakou větví v τ .
- V důkazu lemmatu o úplnosti tablo metody jsme na přednášce ověřili, že shoduje-li se ohodnocení v s každou položkou dokončené větve V do dané hloubky i vytvořujícího stromu, shoduje se i s položkou tvaru $T(\varphi \wedge \psi)$ či $F(\varphi \wedge \psi)$ na V , kde $\varphi \wedge \psi$ má hloubku $i + 1$. Dokažte totéž pro ostatní logické spojky.