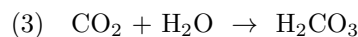
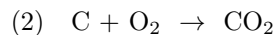
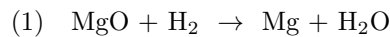


Cvičení z výrokové a predikátové logiky - 5

1. listopadu 2017

1. Nechť \mathcal{S} je spočetný neprázdný systém (množina) neprázdných konečných množin. Řekneme, že má *prostý selektor*, pokud existuje prostá funkce $f: \mathcal{S} \rightarrow \bigcup \mathcal{S}$ taková, že $f(S) \in S$ pro každé $S \in \mathcal{S}$. Dokažte, že \mathcal{S} má prostý selektor, právě když má každá jeho neprázdna konečná podmnožina prostý selektor.
2. Nechť φ je výrok $\neg(p \vee q) \rightarrow (\neg p \wedge \neg q)$.
 - (a) Převeďte $\neg\varphi$ do CNF a množinové reprezentace.
 - (b) Nalezněte rezoluční zamítnutí $\neg\varphi$, tj. důkaz φ .
3. Nalezněte rezoluční uzávěry $\mathcal{R}(S)$ pro následující formule S .
 - (a) $\{\{p, q\}, \{\neg p, \neg q\}, \{\neg p, q\}\}$
 - (b) $\{\{p, q\}, \{p, \neg q\}, \{p, \neg q\}\}$
 - (c) $\{\{p, \neg q, r\}, \{q, r\}, \{\neg p, r\}, \{q, \neg r\}, \{\neg q\}\}$
4. Nalezněte rezoluční zamítnutí následujících výroků.
 - (a) $(p \leftrightarrow (q \rightarrow r)) \wedge ((p \leftrightarrow q) \wedge (p \leftrightarrow \neg r))$
 - (b) $\neg(((p \rightarrow q) \rightarrow \neg q) \rightarrow \neg q)$
5. Dokažte rezolucí, že v teorii $T = \{\neg p \rightarrow \neg q, \neg q \rightarrow \neg r, (r \rightarrow p) \rightarrow s\}$ platí s , tj. $T \models s$.
6. Dokažte, že je-li $S = \{C_1, C_2\}$ splnitelná a C je rezolventa C_1 a C_2 , je i C splnitelná.
7. Sestrojte *strom dosazení* pro formuli $S = \{\{p, r\}, \{q, \neg r\}, \{\neg q\}, \{\neg p, t\}, \{\neg s\}, \{s, \neg t\}\}$.
8. (DÚ 1) Předpokládejme, že máme k dispozici MgO, H₂, O₂, C a lze provést následující reakce.



- (a) Reprezentujte naše možnosti výrokem a převeďte ho do množinové reprezentace.
 - (b) Pomocí LI-rezoluce dokažte, že můžeme získat H₂CO₃.
9. (DÚ 2, libovolné dvě podúlohy) V Hilbertově kalkulu dokažte pro libovolné formule φ, ψ, χ následující vztahy.
 - (a) $\vdash_H \varphi \rightarrow \varphi$
 - (b) $T \vdash_H \varphi \rightarrow \chi$ pro $T = \{\varphi \rightarrow \psi, \psi \rightarrow \chi\}$
 - (c) $T \vdash_H \psi \rightarrow \chi$ pro $T = \{\varphi, \psi \rightarrow (\varphi \rightarrow \chi)\}$

Pozn: Příště, tj. 15.11., se bude psát první test.