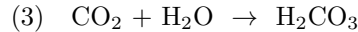
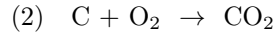
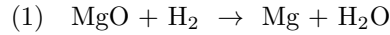


## Cvičení z výrokové a predikátové logiky - 6

15. listopadu 2017

1. Test 1

2. (předchozí DÚ 1) Předpokládejme, že máme k dispozici MgO, H<sub>2</sub>, O<sub>2</sub>, C a lze provést následující reakce.



(a) Reprezentujte naše možnosti výrokem a převed'te ho do množinové reprezentace.

(b) Pomocí LI-rezoluce dokažte, že můžeme získat H<sub>2</sub>CO<sub>3</sub>.

3. (předchozí DÚ 2) V Hilbertově kalkulu dokažte pro libovolné formule  $\varphi$ ,  $\psi$ ,  $\chi$  následující vztahy.

$$(a) \vdash_H \varphi \rightarrow \varphi$$

$$(b) T \vdash_H \varphi \rightarrow \chi \text{ pro } T = \{\varphi \rightarrow \psi, \psi \rightarrow \chi\}$$

$$(c) T \vdash_H \psi \rightarrow \chi \text{ pro } T = \{\varphi, \psi \rightarrow (\varphi \rightarrow \chi)\}$$

4. Určete volné a vázané výskyty proměnných v následujících formulích. Poté je převed'te na varianty, ve kterých nebudou proměnné s volným i vázaným výskytem zároveň.

$$(a) (\exists x)(\forall y)P(y, z) \vee (y = 0)$$

$$(b) (\exists x)(P(x) \wedge (\forall x)Q(x)) \vee (x = 0)$$

$$(c) (\exists x)(x > y) \wedge (\exists y)(y > x)$$

5. Nechť  $\varphi$  je formule  $(\forall x)((x = z) \vee (\exists y)(f(x) = y) \vee (\forall z)(y = f(z)))$ . Které termy jsou substituovatelné do  $\varphi$  za její proměnné?

(a) term  $z$  za proměnnou  $x$ , term  $y$  za proměnnou  $x$ ,

(b) term  $z$  za proměnnou  $y$ , term  $2 * y$  za proměnnou  $y$ ,

(c) term  $x$  za proměnnou  $z$ , term  $y$  za proměnnou  $z$ ,

6. Jsou následující formule variantou formule  $(\forall x)(x < y \vee (\exists z)(z = y \wedge z \neq x))$ ?

$$(a) (\forall z)(z < y \vee (\exists z)(z = y \wedge z \neq z))$$

$$(b) (\forall y)(y < y \vee (\exists z)(z = y \wedge z \neq y))$$

$$(c) (\forall u)(u < y \vee (\exists z)(z = y \wedge z \neq u))$$

7. Mějme strukturu  $\mathcal{A} = (\{a, b, c, d\}, \triangleright^A)$  pro jazyk s jediným binárním relačním symbolem  $\triangleright$ , kde  $\triangleright^A = \{(a, c), (b, c), (c, c), (c, d)\}$ . Určete, zda jsou následující formule v pravdivé v  $\mathcal{A}$ .

$$(a) x \triangleright y$$

$$(b) (\exists x)(\forall y)(y \triangleright x)$$

$$(c) (\exists x)(\forall y)((y \triangleright x) \rightarrow (x \triangleright x))$$

$$(d) (\forall x)(\forall y)(\exists z)((x \triangleright z) \wedge (z \triangleright y))$$

$$(e) (\forall x)(\exists y)((x \triangleright z) \vee (z \triangleright y))$$

8. Pro každou formuli  $\varphi$  z předchozího cvičení nalezněte strukturu  $\mathcal{B}$  (pokud existuje) takovou, že  $\mathcal{B} \models \varphi$ , právě když  $\mathcal{A} \not\models \varphi$ .

9. (DÚ) Dokažte (sémanticky z definic) anebo nalezněte protipříklad, že pro každou formuli  $\varphi$  platí

(a)  $\varphi \models (\forall x)\varphi$

(b)  $\models \varphi \rightarrow (\forall x)\varphi$

(c)  $\varphi \models (\exists x)\varphi$

(d)  $\models \varphi \rightarrow (\exists x)\varphi$