

Zkouška VPL - písemná část

16. ledna 2018

1. Nechť $T = \{p \rightarrow r \wedge q, (q \rightarrow r) \rightarrow \neg q\}$ je teorie nad $\mathbb{P} = \{p, q, r\}$.
 - (a) Tablo metodou určete všechny modely teorie T . (3b)
 - (b) Axiomatizujte $M^{\mathbb{P}}(T)$ výrokem v DNF a výrokem v CNF. (2b)
 - (c) Je T extenzí teorie $S = \{\neg p \vee \neg q\}$ nad $\{p, q\}$? Je T konzervativní extenzí S ? Uveďte zdůvodnění. (2b)
 - (d) Určete, kolik je navzájem v teorii T neekvivalentních výroků nad \mathbb{P} , které jsou v T a) pravdivé, b) nezávislé. Uveďte zdůvodnění. (2b)
2. Jsou dána následující tvrzení:
 - (i) Nikdo nemá myš, pokud už má kočku.
 - (ii) Ti, co bydlí v malém bytě, nemají psa.
 - (iii) Jan má kočku nebo psa.Ukažte rezolucí, že pak:
 - (iv) Bydlí-li Jan v malém bytě, nemá myš.
3. Konkrétně:
 - (a) Uvedená tvrzení vyjádřete sentencemi $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$ jazyka $L = \langle Ma, Bydli, Pes, Kocka, Mys, Jan \rangle$ bez rovnosti, kde $Bydli, Pes, Kocka, Mys$ jsou unární relační symboly a $Bydli(x), Pes(x), Kocka(x), Mys(x)$ značí (po řadě), že " x bydlí v malém bytě", " x je pes", " x je kočka", " x je myš", Ma je binární relační symbol a $Ma(x, y)$ značí, že " x má y ", Jan je konstantní symbol označující Jana. (2b)
 - (b) Pomocí skolemizace předchozích formulí nalezněte otevřenou teorii T (případně ve větším jazyce), která je nesplnitelná, právě když $\{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\} \models \varphi_4$. (2b)
 - (c) Převedením axiomů T do CNF nalezněte teorii T' ekvivalentní T a axiomatizovanou klauzulemi. Napište T' v množinové reprezentaci. (2b)
 - (d) Rezolucí dokažte, že T' není splnitelná. Rezoluční zamítnutí znázorněte rezolučním stromem. U každého kroku uveďte použitou unifikaci. (3b)
 - (e) Nalezněte konjunkci základních instancí axiomů T' , která je nesplnitelná. *Nápověda: využijte unifikace z (d).* (2b)
4. Nechť T je extenze teorie $DeLO^-$ (tj. hustých lineárních uspořádání s minimálním prvkem a bez maximálního prvku) o nový axiom $c \leq d$ v jazyce $L = \langle \leq, c, d \rangle$ s rovností, kde c, d jsou nové konstantní symboly.
 - (a) Jsou sentence $(\forall x)(x \leq c)$ a $(\forall x)(c \leq x)$ pravdivé / lživé / nezávislé v T ? Uveďte zdůvodnění. (2b)
 - (b) Určete $I(T, \omega)$, tj. počet navzájem neizomorfních spočetných modelů teorie T . (2b)
 - (c) Napište dvě neekvivalentní jednoduché kompletní extenze teorie T . (2b)
 - (d) Je teorie T otevřeně axiomatizovatelná? Uveďte zdůvodnění. (2b)