

Zkouška VPL - písemná část

9. února 2018

1. Nechť $T = \{(\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow r, p \rightarrow \neg q \vee \neg r\}$ je teorie nad $\mathbb{P} = \{p, q, r\}$.
 - (a) Tablo metodou nalezněte všechny modely teorie T . (3b)
 - (b) Axiomatizujte $M^{\mathbb{P}}(T)$ výrokem v DNF a výrokem v CNF. (2b)
 - (c) Je teorie T extenzí teorie $S = \{\neg q \rightarrow r\}$ nad $\{q, r\}$? Je T konzervativní extenzí S ? Uveďte zdůvodnění. (2b)
 - (d) Zjistěte, kolik je navzájem neekvivalentních výroků nad \mathbb{P} , které jsou pravdivé či lživé v T . Uveďte zdůvodnění. (2b)
2. Jsou dána následující tvrzení:
 - (i) Každý, komu někdo pomáhá, složí zkoušku z logiky.
 - (ii) Každý, kdo složí zkoušku z logiky, oslavuje se všemi, kteří mu pomáhali.
 - (iii) Mary pomáhá každému.Ukažte rezolucí, že pak:
 - (iv) John má s kým slavit.
3. Konkrétně:
 - (a) Tvrzení (i) až (iv) vyjádřete sentencemi φ_1 až φ_4 jazyka $L = \langle P, S, Z, m, j \rangle$ bez rovnosti, kde P, S , jsou binární relační symboly a $P(x, y), S(x, y)$ značí, že " x pomáhá y ", resp. " x slaví s y ", Z je unární relační symbol a $Z(x)$ značí, že " x složí zkoušku z logiky", m a j jsou konstantní symboly označující Mary, resp. Johna. (2b)
 - (b) Pomocí skolemizace předchozích formulí nalezněte otevřenou teorii T (případně ve větším jazyce), která je nesplnitelná, právě když $\{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\} \models \varphi_4$. Převeďte T do množinové reprezentace. (2b)
 - (c) Rezolucí dokažte, že T není splnitelná. Rezoluční zamítání znázorněte rezolučním strojem. U každého kroku uveďte použitou unifikaci. (3b)
 - (d) Nalezněte konjunkci základních instancí axiomů teorie T , která je nesplnitelná. *Ná pověda: využijte unifikaci v rezoluci z (c).* (2b)
 - (e) Je $T \vdash_{LI} \square$? Uveďte zdůvodnění. (2b)
4. Nechť $T = \{R(x, x), R(x, y) \rightarrow R(y, x), R(x, y) \wedge R(y, z) \rightarrow R(x, z), \varphi\}$ je teorie jazyka $L = \langle R \rangle$ s rovností, kde R je binární relační symbol a axiom φ vyjadřuje, že "existují právě 4 prvky".
 - (a) Určete izomorfní spektrum teorie T . (2b)
 - (b) Napište dvě neekvivalentní jednoduché kompletní extenze teorie T . (2b)
 - (c) Je teorie T otevřeně axiomatizovatelná? Uveďte zdůvodnění. (2b)
 - (d) Nechť $T' = T \cup \{\neg R(c_1, c_2)\}$ je teorie v jazyce $L = \langle R, c_1, c_2 \rangle$ s rovností, kde c_1, c_2 jsou nové konstantní symboly. Je T' konzervativní extenze T ? Uveďte zdůvodnění. (2b)